Лекция 1.
Электрическое поле в вакууме.

1. **Электрический заряд. Закон Кулона.**
2. **Электрическое поле. Напряженность электрического поля.**
3. **Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Остроградского – Гаусса.**
4. **Работа электрического поля по перемещению заряда. Потенциал. Разность потенциалов.**
5. **Напряженность электрического поля как градиент потенциала.**

1. Электрический заряд. Закон Кулона.

В природе существует два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Любой электрический заряд дискретен, то есть кратен некоторому элементарному заряду $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Заряд – неотделимое свойство некоторых элементарных частиц. Например, заряд протона равен $+e$, заряд электрона равен $-e$. Существуют частицы, не имеющие заряда (нейтроны), но не существует заряда отдельно от частицы.

Фарадей установил *закон сохранения электрического заряда*: ***алгебраическая сумма зарядов любой замкнутой системы есть величина постоянная.***

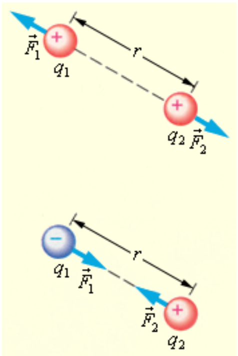


Рис. 1.1.

Опыт показывает, что заряды могут передаваться от одного тела к другому или перемещаться внутри тел. Заряженные тела взаимодействуют друг с другом: одноименно заряженные тела отталкиваются, разноименно заряженные – притягиваются. Рисунок 1.1.

Точечным называется *заряд*, сосредоточенный на телах, размерами которых в данных условиях можно пренебречь.

С помощью крутильных весов (рис. 1.2.) Кулон установил *закон взаимодействия между точечными зарядами*: ***сила взаимодействия двух точечных зарядов прямо пропорциональна зарядам и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.***

$$\boxed{\vec{F}_{вакуум} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2} \qquad (1.1)}$$

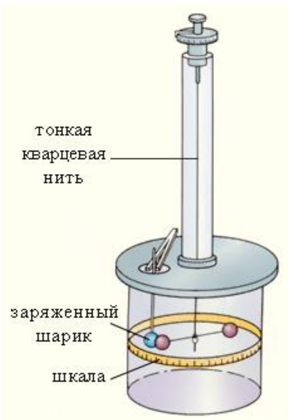


Рис. 1.2.

Таким образом, силы электрического взаимодействия ведут себя подобно гравитационным силам, но во много раз $\left(\approx 10^{39}\right)$ превышают гравитационные силы.

Коэффициент пропорциональности показывает силу взаимодействия двух единичных точечных зарядов, расположенных в вакууме на единичном расстоянии друг от друга. Таким образом, значение k зависит от выбора системы единиц. В СИ $\boxed{k = \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \quad (1.2),}$ где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \dfrac{Ф}{м}$ – электрическая постоянная. Тогда $k \approx 9 \cdot 10^9 \dfrac{Н \cdot м^2}{Кл^2}$.

Если взаимодействие происходит не в вакууме, а в веществе, то закон Кулона имеет вид: $\boxed{F = \dfrac{k}{\varepsilon} \cdot \dfrac{q_1 \cdot q_2}{R^2} \quad (1.3)}$ где ε – диэлектрическая постоянная величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия точечных зарядов в вакууме больше силы их взаимодействия в веществе.

2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля.

Электрическое поле – это особый вид материи, посредством которого осуществляется взаимодействие между заряженными телами.

Электрические поля, создаваемые неподвижными зарядами, называют *электростатическими*.

Для обнаружения и исследования электростатических полей используют пробные точечные положительные заряды. Опыт показывает, что отношение силы, действующей со стороны поля на пробный заряд, к этому заряду не зависит от величины пробного заряда и поэтому может служить характеристикой самого поля.

Физическая величина, показывающая с какой силой поле действует на единичный заряд, называется напряженностью электрического поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (1.3)$$

За направление напряженности принято направление силы, действующей со стороны поля на помещённый в него пробный положительный заряд.

Напряженность есть силовая характеристика электрического поля.

Из формул (1.1) и (1.3) следует, что напряженность поля, создаваемого точечным зарядом, определяется формулой:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{R^2} \quad (1.4),$$

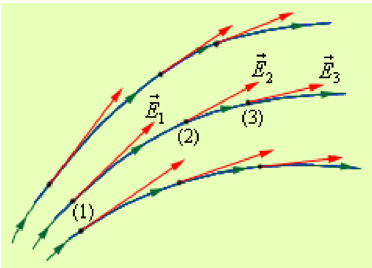


Рис. 1.3.

где R – расстояние от источника поля до точки, в которой определяется значение напряжённости.

Для графического изображения электрического поля используют *линии напряженности* – линии, касательные к которым совпадают с направлением вектора напряженности (рис.1.3.)

Если в любой точке пространства вектор напряженности ∂ является постоянной величиной, то поле называется *однородным*.

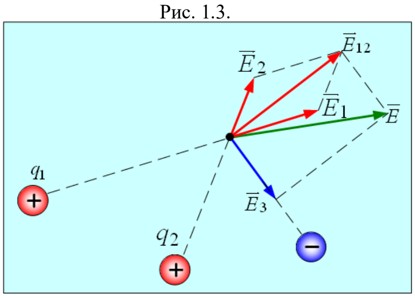


Рис. 1.4.

Если поле создано несколькими зарядами, то результирующая напряженность определяется по *принципу суперпозиции*: ***напряженность поля, созданного несколькими зарядами, равна геометрической сумме напряженностей, созданных каждым из зарядов.*** Рис. 1.4.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \quad (1.5)$$

3.Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Остроградского – Гаусса.

Для графического изображения электрического поля линии напряженности принято проводить с определенной густотой.

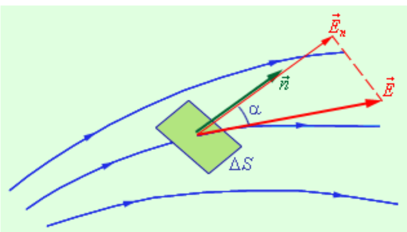


Рис. 1.5.

Число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную этим линиям, должно равняться модулю напряженности.

Физическая величина, равная числу линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку площадью dS под углом α к этой площадке, называется потоком вектора напряженности. (рисунок 1.5)

Значение потока вектора напряженности определяется формулой:

$$d\Phi = E \cdot dS \cdot \cos\alpha \quad (1.6)$$

Расчет напряженности электрических полей значительно упрощается при использовании *теоремы Остроградского – Гаусса*: ***поток вектора напряженности через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную:***

$$\Phi = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_i}{\varepsilon_0} \quad (1.7)$$

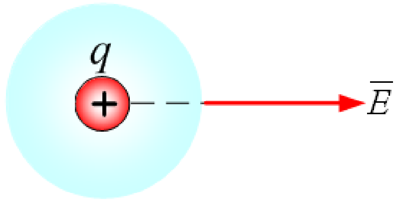


Рис. 1.6.

Для доказательства теоремы Остроградского – Гаусса найдем значение потока вектора напряженности поля, созданного точечным зарядом. Для этого окружим заряд q сферой радиуса R. (рис. 1.6) По определению потока вектора напряженности (1.6) $\Phi = \int\limits_S E \cdot dS \cdot \cos\alpha$. Так как в любой точке сферы вектор напряженности перпендикулярен поверхности сферы, то $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$. Тогда $\Phi = \int\limits_S E \cdot dS = E \cdot S$. Площадь сферы равна $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Используя формулу (1.4), получим: $\Phi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

4. Работа электрического поля по перемещению заряда. Потенциал. Разность потенциалов.

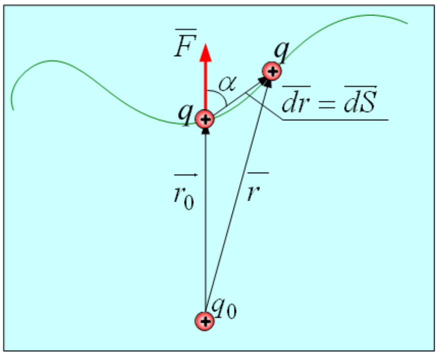


Рис. 1.7.

Найдем работу поля, созданного точечным зарядом q_0 по перемещению заряда q. Пусть за время dt заряд q совершил бесконечно малое перемещение dS. (рис. 1.7.) По определению работы $dA = F \cdot dS \cdot \cos\alpha$. Так как перемещение dS бесконечно мало, то $dS \cdot \cos\alpha = dr$. Тогда $dA = F \cdot dr$. Интегрируя, найдем работу по всему пути S: $A = \int\limits_{r_0}^{r} F \cdot dr$. По закону Кулона (1.1) $F = k \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2}$. Тогда

$$A = \int\limits_{r_0}^{r} k \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot dr = -k \cdot q \cdot q_0 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \quad (1.8).$$

Из (1.8) видно, что работа сил электростатического поля не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положения заряда. Внесем величину $k \cdot q \cdot q_0$ в скобки, уравнение (1.8) примет вид: $A = -\left(\frac{k \cdot q \cdot q_0}{r} - \frac{k \cdot q \cdot q_0}{r_0} \right)$ (1.9). Обозначим $\frac{k \cdot q \cdot q_0}{r} = W_{пот}$ (1.10). Тогда (1.9) примет вид: $A = -(W_{пот} - W_{пот-0}) = -\Delta W_{пот}$ (1.11). Итак: работа электростатического поля по перемещению заряда не зависит от формы траектории и равна изменению потенциальной энергии этого заряда, взятому с противоположным знаком.

Физическая величина, равная отношению потенциальной энергии заряда к этому заряду не зависит от его величины и является характеристикой электростатического поля, называемой потенциалом.

$$\varphi = \frac{W_{пот}}{q} \quad (1.12)$$

Из (1.9) видно, что потенциал есть работа по перемещению единичного заряда из данной точки поля в бесконечность ($r \to \infty$).

Для точечного заряда $\varphi = k \cdot \frac{q}{r}$ (1.13).

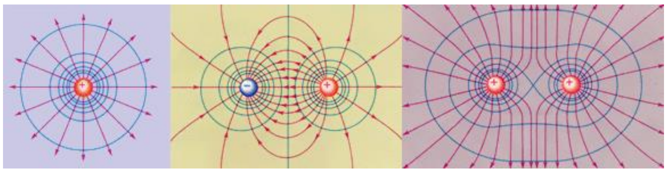


Рис. 1.8.

Используя понятие потенциала, формуле (1.9) можно придать вид: $A = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -q \cdot \Delta\varphi$ (1.14). Физическая величина $\Delta\varphi$ называется разностью потенциалов и показывает работу поля по перемещению единичного заряда из одной точки поля в другую. Потенциал электростатического поля представляет собой функцию, меняющуюся от точки к точке. Однако во всяком реальном случае можно выделить совокупность точек, имеющих одинаковый потенциал.

Геометрическое место точек, имеющих одинаковый потенциал, называется поверхностью равного потенциала или эквипотенциальной поверхностью. Рис. 1.8.

5. Напряженность электрического поля как градиент потенциала.

Напряженность и потенциал есть характеристики электростатического поля, следовательно, между ними должна существовать связь. Действительно, с одной стороны $A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$. По (1.3) $F = q \cdot E$. Так как работа электростатического поля не зависит от формы траектории, то вдоль оси X $S \cdot \cos\alpha = \Delta x$ (рис. 1.9). Тогда $A = q \cdot E \cdot \Delta x$. С другой стороны, по формуле (1.14) $A = -q \cdot \Delta\varphi$. Приравнивая правые части последних уравнений, получим: $q \cdot E \cdot \Delta x = -q \cdot \Delta\varphi$. Отсюда

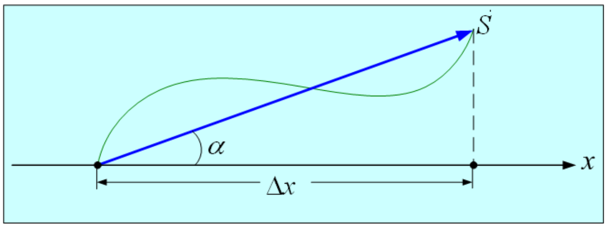


Рис. 1.9.

$E = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -grad\,\varphi = -\nabla\varphi$ (1.15) – напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала с противоположным знаком. Знак «–« показывает, что напряженность направлена в сторону убывания потенциала.

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулируйте закон сохранения заряда.
2. Дайте определение точечного заряда.
3. Сформулируйте закон Кулона.
4. Укажите формулу для определения коэффициента k в законе Кулона в СИ и его численное значение.
5. Дайте определение электрического поля.
6. Дайте определение электростатического поля.
7. Дайте определение напряженности электрического поля.
8. Укажите формулу для вычисления напряженности электрического поля, созданного точечным зарядом.
9. Дайте определение однородного электрического поля.
10. Сформулируйте принцип суперпозиции полей.
11. Дайте определение потока вектора напряженности.
12. Укажите формулу для вычисления значения потока вектора напряженности.
13. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса.
14. Приведите доказательство теоремы Остроградского – Гаусса.
15. Запишите формулу для вычисления работы электрического поля точечного заряда q_0 по перемещению заряда q.
16. Изобразите граф – схему вывода формулы для вычисления работы электрического поля точечного заряда q_0 по перемещению заряда q.
17. Запишите формулу для вычисления потенциальной энергии заряда q, находящегося в элек-

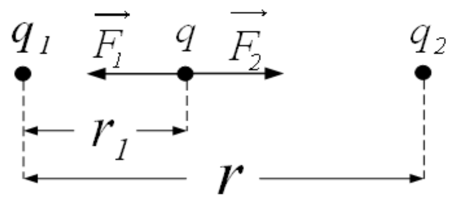
трическом поле заряда q_0.

18. Дайте определение потенциала электрического поля.
19. Укажите физический смысл потенциала электрического поля.
20. Запишите формулу для вычисления потенциала электрического поля, созданного точечным зарядом.
21. Изобразите граф – схему вывода формулы для вычисления потенциала электрического поля, созданного точечным зарядом.
22. Укажите физический смысл разности потенциалов.
23. Укажите соотношение, связывающее напряженность электрического поля и разность потенциалов.
24. Изобразите граф – схему вывода формулы, связывающую напряженность электрического поля и разность потенциалов.

Примеры решения задач.

Пример 1. Два положительных точечных заряда q и $4q$ закреплены на расстоянии 0,6 м друг от друга. Определить в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии.

Дано:
q_1
$q_2 = 4q_1$
$r = 0{,}6$ м
$r_1 - ?$



Решение:

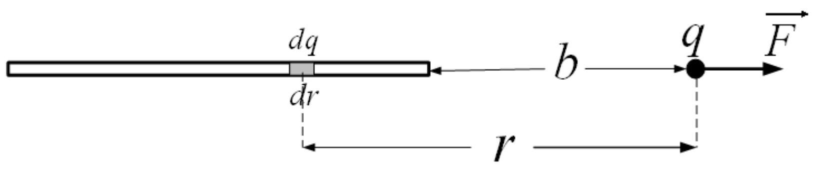
Чтобы заряд q находился в равновесии необходимо, чтобы силы $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ были равны по величине. $F_1 = F_2$. По закону Кулона $F_1 = k\dfrac{q_1 \cdot q}{r_1^2}$ (1); $F_2 = k\dfrac{q_2 \cdot q}{(r - r_1)^2}$ или, учитывая условия задачи $F_2 = k\dfrac{4q_1 \cdot q}{(r - r_1)^2}$ (2). Приравнивая правые части (1) и (2) получим: $k\dfrac{q_1 \cdot q}{r_1^2} = k\dfrac{4q_1 \cdot q}{(r - r_1)^2}$. Или $\dfrac{1}{r_1^2} = \dfrac{4}{(r - r_1)^2}$. Приведём последнее равенство к общему знаменателю: $\dfrac{(r - r_1)^2 - 4r_1^2}{r_1^2 \cdot (r - r_1)^2} = 0$. Раскрывая скобки числителя, получим: $\dfrac{r^2 - 2 \cdot r \cdot r_1 + r_1^2 - 4r_1^2}{r_1^2 \cdot (r - r_1)^2} = 0$ или $\dfrac{r^2 - 2 \cdot r \cdot r_1 - 3 \cdot r_1^2}{r_1^2 \cdot (r - r_1)^2} = 0$. Как известно, значение дроби равно 0, если её числитель равен 0. Подставляя численные значения и приравнивая числитель к 0, получим: $0{,}36 - 1{,}2 \cdot r_1 - 3 \cdot r_1^2 = 0$. Данное уравнение имеет два корня: $r_{11} = -0{,}6$ и $r_{12} = 0{,}2$. Первый корень, отбрасываем как нереальный.

Ответ: $r_1 = 0{,}2м$.

Пример 2. Тонкий стержень длиной 0,1 м равномерно заряжен с линейной плотностью заряда 1 мкКл/м. На продолжении оси стержня на расстоянии 0,2 м от ближайшего его конца находится точечный заряд 10^{-7} Кл. Определить силу действующую на этот заряд.

Дано:	С И:
$\ell = 0{,}1$ м	
$b = 0{,}2$ м	
$\tau = 1$ мкКл/м	10^{-6} Кл/м
$q = 10^{-7}$ Кл	
$F - ?$	

Решение:



В этом случае заряд, находящийся на проводнике, не является точечным зарядом. Поэтому для определения силы, действующей на заряд *q*, нельзя воспользоваться законом Кулона. Из определения напряжённости следует: $F = q \cdot E$. Таким образом, для решения задачи надо найти значение напряжённости поля, созданного проводником, в месте нахождения заряда *q*.

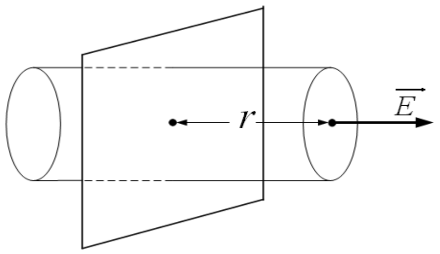
Выделим на проводнике элемент бесконечно малой длины, несущий на себе заряд $dq = \tau \cdot dr$, который можно считать точечным и, создающий поле напряжённостью $dE = k\dfrac{\tau \cdot dr}{r^2}$.

По принципу суперпозиции полей весь проводник в месте нахождения заряда *q* создаёт напряжённость $E = \sum dE = \int\limits_b^{b+\ell} k\dfrac{\tau \cdot dr}{r^2}$. Интегрируя, получим: $E = k \cdot \tau \cdot \left(\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{\ell + b}\right)$. Тогда для силы получим: $F = q \cdot k \cdot \tau \cdot \left(\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{\ell + b}\right)$. Подставляя численные значения, получим: $F = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\, H$.

Ответ: $F = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\, H$.

Пример 3. Определить напряжённость поля созданного бесконечной равномерно заряженной плоскостью, поверхностная плотность заряда которой σ на расстоянии *r* от плоскости.

Дано:
σ
r
E– ?



Решение:

Так как плоскость заряжена равномерно, то вектор напряжённости в любой точке окружающего её пространства перпендикулярен плоскости, иначе появилась бы параллельная ей составляющая напряжённости, приводящая заряды в движение, и, нарушающая равномерность зарядки.

В качестве замкнутой поверхности возьмём цилиндр, основания которого находятся на расстоянии *r* по обе стороны от плоскости и перпендикулярны вектору напряжённости. Тогда поток вектора напряжённости, пронизывающий оба основания цилиндра будет: $\Phi = 2 \cdot E \cdot S$. По теореме Остроградского–Гаусса $\Phi = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0}$. Приравнивая правые части уравнений, получим:

$2 \cdot E \cdot S = \dfrac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0}$. Отсюда: $E = \dfrac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0}$.

Ответ: $E = \dfrac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0}$ *– одинакова в любой точке окружающего пространства и не зависит от расстояния до плоскости.*

Пример4 Пылинка массой 10^{-15} кг, несущая заряд $12{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов 600 кВ. Какую скорость приобрела пылинка, если её начальная скорость равна нулю.

Дано:	СИ:
$m = 10^{-15}$ кг	
$q = 12{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл	
$\Delta\varphi = 600$ кВ	$6 \cdot 10^5$ В
υ – ?	

Решение:

По закону сохранения и превращения энергии работа сил электростатического поля по перемещению заряженной пылинки равна изменению её потенциальной энергии: $A = q \cdot \Delta\varphi$. С другой стороны, по теореме о кинетической энергии– $A = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{2} - \dfrac{m \cdot \upsilon_0^2}{2}$. Так как $\upsilon_0 = 0$, то $A = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{2}$. Таким образом: $\frac{m \cdot \upsilon^2}{2} = q \cdot \Delta\varphi$. Отсюда: $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \Delta\varphi}{m}}$. Подставляя численные значения, получим:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 12{,}8 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{5}}{10^{-15}}} = 1536 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\upsilon = 1536$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Расстояние между двумя точечными зарядами по 1мкКл каждый равно 10 см. Определить силу, действующую на точечный заряд 0,1 мкКл, удалённый на 6 см от первого и на 8 см от второго заряда.
2. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом 10 см, равномерно распределён заряд 20 нКл. Определить напряжённость электрического поля, созданного этим зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги, если длина нити равна четверти длины окружности.
3. Тонкий металлический стержень диаметром 5 см и длиной 4 м несёт равномерно распределённый по его поверхности заряд 0,5 мкКл. Определить напряжённость поля, созданного этим зарядом в точке, находящейся напротив середины стержня на расстоянии 1 см от него.
4. Электрон движется по направлению силовых линий электростатического поля. Какое расстояние он пролетит в вакууме до полной остановки, если начальная скорость электрона 1000 км/с?

Лекция 2
Электрическое поле в среде. Проводники в электростатическом поле.

1. **Электрический диполь.**
2. **Виды диэлектриков. Поляризация диэлектриков.**
3. **Поляризация диэлектриков. Напряженность поля в диэлектрике.**
4. **Равновесие зарядов на проводниках.**
5. **Электроемкость. Конденсаторы.**
6. **Энергия взаимодействия точечных зарядов. Энергия электростатического поля.**

1. Электрический диполь.

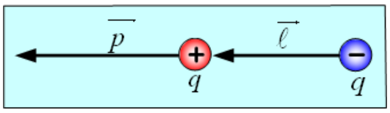


Рис.2.1.

Электрический диполь – это система из двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов, расстояние между которыми во много раз меньше расстояний до рассматриваемых точек.

Вектор $\vec{l}$, направленный от отрицательного заряда к положительному и, равный расстоянию между ними, называется *плечом диполя*. (рис. 2.1)

Вектор $\boxed{\vec{p} = q \cdot \vec{l} \quad (2.1),}$ называется *дипольным моментом* или электрическим моментом диполя. (рис. 2.1) Единица измерения дипольного момента $Кл \cdot м$.

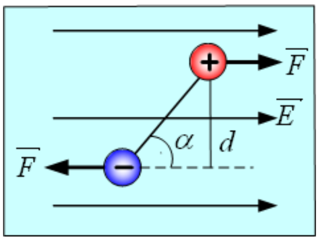


Рис.2.2.

Если диполь находится в однородном электрическом поле $\vec{E}$, так что он образует угол α с направлением напряженности, то на диполь действует пара сил. (рис. 2.2)

Момент этой пары равен произведению силы на плечо: $M = F \cdot d = E \cdot q \cdot l \cdot \sin\alpha = E \cdot p \cdot \sin\alpha$. (2.2) Таким образом, на диполь в электрическом поле действует вращающий момент. Очевидно, что вращающий момент равен нулю при $\alpha = 0$. Таким образом, однородное электростатическое поле разворачивает диполь так, что его дипольный момент направлен вдоль вектора напряженности.

2. Виды диэлектриков. Поляризация диэлектриков.

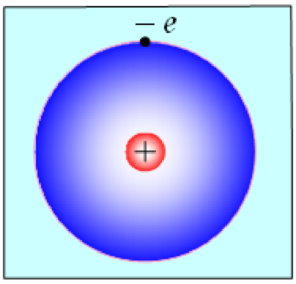


Рис.2.3.

Как и всякое вещество, диэлектрики состоят из молекул и атомов. Положительный заряд сосредоточен в ядрах атомов. Отрицательный – на электронных оболочках. Так как заряд ядра равен суммарному заряду электронов, то молекулу можно рассматривать как электрический диполь.

Первую группу диэлектриков (азот, кислород, водород) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение. Их дипольный момент $\vec{p}$ =0, а сами молекулы называют неполярными. (рис. 2.3)

Под действием внешнего электростатического поля их заряды смещаются и происходит перераспределение зарядов. В результате молекула приобретает дипольный момент. (рис. 2.4)

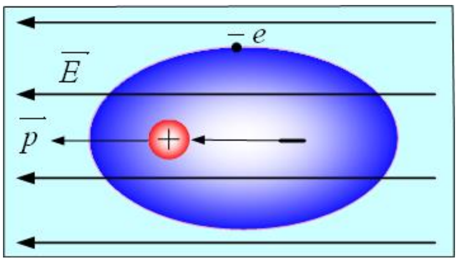


Рис.2.4.

Говорят, что диэлектрик поляризуется, а поляризация называется деформационной или электронной.

Вторая группа диэлектриков имеет ассиметричное строение молекул. Электрическим дипольным моментом обладает, например, нейтральная молекула воды (H_2O). Центры двух атомов водорода располагаются не на одной прямой с центром атома кислорода, а под углом 105° (рис. 2.5). Поэтому молекула воды изначально обладает дипольным моментом.

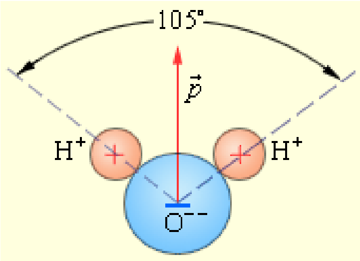


Рис.2.5.

Диэлектрики, состоящие из таких молекул, называются полярными. К полярным также относятся окиси углерода, метан, и др.

В отсутствии электростатического поля, вследствие теплового движения, дипольные моменты ориентированы хаотически и в целом дипольный момент диэлектрика $\vec{p}_V = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0$. Внешнее поле стремится развернуть молекулы и диэлектрик поляризуется. Такая поляризация называется ориентационной.

Третья группа диэлектриков – так называемые ионные кристаллы (*NaCl*, *KCl*, *KBr*), представляют собой кристаллические решетки с правильным чередованием ионов различных знаков. В этом случае рассматриваются не отдельные молекулы, а кристалл, как две вдвинутые друг в друга подрешетки. Во внешнем электростатическом поле подрешетки смещаются относительно друг друга и происходит ионная поляризация.

3. Поляризация диэлектриков. Напряженность поля в диэлектрике.

Итак, во внешнем электростатическом поле диэлектрик поляризуется – приобретает отличный от нуля дипольный момент $\vec{p}_V = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$., где $\vec{p}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Степень поляризованности макроскопического тела характеризуется вектором поляризованности $\vec{P}$, который в случае однородной поляризованности равен дипольному моменту единицы объема $\boxed{\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} \quad (2.3)}$. Если поляризованность неоднородна, то $\boxed{\vec{P} = \frac{d\vec{p}_V}{dV} \quad (2.4).}$

Опыт показывает, что для большинства веществ вектор поляризованности прямо пропорционален вектору напряженности внутри диэлектрика и может быть определен формулой: $\boxed{\vec{P} = \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad (2.5)}$, где χ – диэлектрическая восприимчивость вещества, безразмерная величина > 0, определяемая опытным путем.

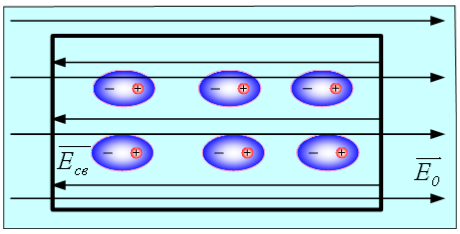


Рис.2.6.

Рассмотрим влияние поляризации на результирующее поле в диэлектрике (рис. 2.6). Пусть в вакууме образовано однородное поле напряженностью $\vec{E}_0$, а затем в поле внесен диэлектрик. В результате поляризации заряды смещаются и на поверхностях диэлектрика появляются связанные заряды противоположного знака, а в диэлектрике – собственное поле, обусловленное этими зарядами напряженностью $\vec{E}_{св}$, направленное противоположно внешнему полю. Это поле накладывается на внешнее поле и в диэлектрике образуется результирующее поле напряженностью $\vec{E}$. По принципу суперпозиции полей: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{св}$, $E = E_0 - E_{св}$ (2.6). Так как поле $\vec{E}_{св}$ создается заряженными плоскостями, то $E_{св} = \frac{\sigma_{св}}{\varepsilon_0}$, где $\sigma_{св} = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда, S – площадь поверхности диэлектрика.

Определим значение $\sigma_{св}$. По формуле (2.3) полный дипольный момент диэлектрика $p_V = P \cdot V = P \cdot S \cdot d$, где d – длина диэлектрика, S – площадь боковых граней. С другой стороны по (2.1) $\vec{p}_V = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = q \cdot d = \sigma_{св} \cdot S \cdot d$. Приравнивая правые части, получим: $P \cdot S \cdot d = \sigma_{св} \cdot S \cdot d$

или $P = \sigma_{св}$. Подставляя в уравнение (2.5) и учитывая (2.6) получим: $\sigma_{св} = \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_0 - E_{св})$. Но $\sigma_{св} = E_{св} \cdot \varepsilon_0$. Тогда $E_{св} \cdot \varepsilon_0 = \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot (E_0 - E_{св})$; $E_{св} = \chi \cdot (E_0 - E_{св})$. Из (2.6) $E_{св} = E_0 - E$. Тогда: $E_0 - E = \chi \cdot (E_0 - E_0 + E)$; $E_0 - E = \chi \cdot E$; $E_0 = E + \chi \cdot E = (1+\chi) \cdot E$. Обозначим $\boxed{1+\chi = \varepsilon \ (2.7)}$ – диэлектрическая проницаемость вещества, тогда $E = \dfrac{E_0}{\varepsilon}$ (2.8)

Итак, *диэлектрическая проницаемость вещества* показывает, во сколько раз электростатическое поле в диэлектрике меньше, чем в вакууме, связана с диэлектрической восприимчивостью вещества соотношением (2.7) и зависит от рода вещества.

4. Равновесие зарядов на проводниках.

Свободные заряды могут перемещаться в проводнике под действием сколь угодно малой силы. Поэтому равновесие зарядов в проводнике наблюдается только при выполнении условий:

1) напряженность поля внутри проводника должна быть равна нулю. Так как $E = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta x} = -grad\,\varphi = -\nabla\varphi$, то потенциал внутри проводника $\varphi = const$;

2) напряженность на поверхности проводника должна быть перпендикулярна поверхности, иначе на заряды будет действовать параллельная поверхности составляющая силы, перемещающая заряды.

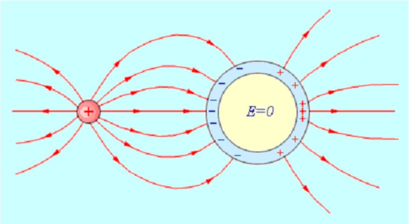


Рис.2.7.

Под действием Кулоновских сил отталкивания свободные заряды распределяются по поверхности проводника, поэтому удаление части вещества изнутри проводника не приводит к перераспределению зарядов, что используется в электростатической защите (рис. 2.7).

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле у концов проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами. Явление разделения зарядов в нейтральном проводнике, помещенном в электрическое поле, называется *электростатической индукцией*.

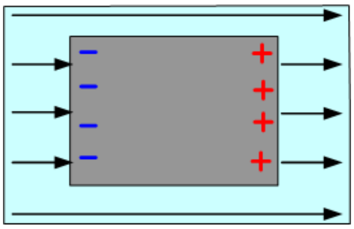


Рис.2.8

Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Перераспределение носителей заряда будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, и линии напряженности вне проводника станут перпендикулярны его поверхности Следовательно, нейтральный проводник разрывает часть линий напряженности электростатического поля: они заканчиваются на отрицательном заряде и начинаются на положительном (рис.2.8)..

5. Электроемкость. Конденсаторы.

Увеличение заряда проводника в некоторое число раз приводит к увеличению напряженности поля в каждой точке пространства окружающего этот проводник в то же число раз. Следовательно, в такое же число раз возрастает работа по переносу единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника. Значит, $q = C \cdot \varphi$ (2.9).

Коэффициент пропорциональности между потенциалом и зарядом называют *электроемкостью проводника*. Из (2.9) следует $\boxed{C = \dfrac{q}{\varphi} \ (2.10)}$ – электроемкость проводника численно равна заряду, сообщение которого повышает потенциал проводника на единицу. В Си электроемкость измеряется в $\dfrac{Кл}{В} = Ф$.

Уединенные проводники имеют малые емкости и не используются на практике. Рассмотрим систему двух параллельных металлических пластин, расстояние между которыми значительно меньше их линейных размеров. Зарядим пластины равными по абсолютному значению зарядами противоположного знака и поместим между ними диэлектрик. Такая система проводников называется плоским конденсатором. Каждая из пластин называется обкладками конденсатора. Электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Зарядом конденсатора называют модуль заряда одной из обкладок.

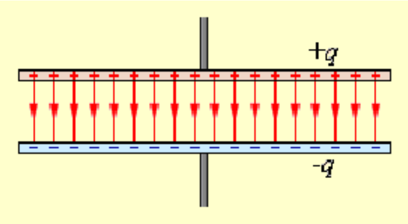


Рис.2.9

Величина, измеряемая отношением заряда одной из пластин конденсатора к разности потенциалов между ними, называется *электроемкостью конденсатора*: $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$ (2.11). Электроемкость плоского конденсатора определяется по формуле: $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{d} \quad (2.12)}$, где S – площадь поверхности пластин, d – расстояние между ними.

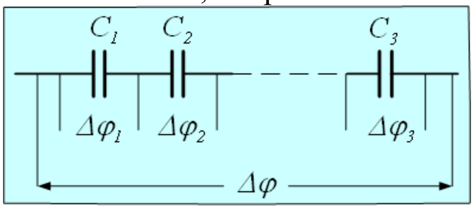


Рис.2.10

Опыт показывает, что при *последовательном соединении* (рис. 2.10) заряды всех конденсаторов равны. $q_1 = q_2 = ... = q_n = q$. Разность потенциалов между первым и n–ным конденсаторами $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + ... + \Delta\varphi_n$. Из (2.11) следует $\Delta\varphi = \frac{q}{C}$. Тогда

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + ... + \frac{q}{C_n} \text{ или } \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \quad (2.13)}.$$

При *параллельном соединении* (РИСУНОК 2.11) складываются заряды конденсаторов: $q = q_1 + q_2 + ... + q_n$, а разности потенциалов равны: $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = ... = \Delta\varphi_n$. Из (2.11) следует, что $q = C \cdot \Delta\varphi$, тогда

$$C \cdot \Delta\varphi = C_1 \cdot \Delta\varphi + C_2 \cdot \Delta\varphi + ... + C_n \cdot \Delta\varphi \text{ или}$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + ... + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \quad (2.14)}.$$

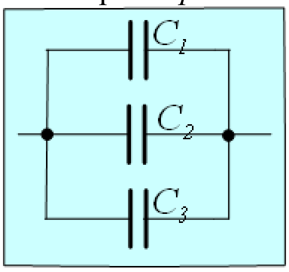


Рис.2.11

Итак, при параллельном соединении конденсаторов складываются их емкости, а при последовательном – складываются величины, обратные емкостям.

6. Энергия взаимодействия точечных зарядов. Энергия электростатического поля.

Как было показано выше, заряд, находящийся в поле другого заряда, обладает потенциальной энергией $W_1 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r}$. Очевидно, что и второй заряд обладает такой же потенциальной энергией $W_2 = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_2}{r}$. Значит, $W_1 = W_2 = W$, где W – энергия взаимодействия двух точечных зарядов. Тогда для энергии взаимодействия двух зарядов можно записать: $W = \frac{1}{2} \cdot W_1 + \frac{1}{2} \cdot W_2 = \frac{1}{2} \cdot (W_1 + W_2)$. Опыт показывает, что последнее равенство справедливо для любого числа взаимодействующих зарядов. То есть: энергия взаимодействия системы зарядов определяется формулой: $\boxed{W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} W_i \quad (2.15)}$.

Пусть заряд конденсатора q, его емкость C, разность потенциалов $\Delta\varphi$. Для увеличения заряда конденсатора на $d\varphi$ необходимо совершить работу $dA = q \cdot d\varphi$. Так как $q = C \cdot \Delta\varphi$, то

$dA = C \cdot \Delta\varphi \cdot d\varphi$. Интегрируя, получим: $A = \int\limits_{\Delta\varphi_1}^{\Delta\varphi_2} C \cdot \Delta\varphi \cdot d\varphi = \left.\frac{C \cdot \Delta\varphi}{2}\right|_{\Delta\varphi_1}^{\Delta\varphi_2}$

Так как работа равна изменению энергии, то можно говорить, что заряженный конденсатор обладает энергией $\boxed{W = \frac{C \cdot \Delta\varphi^2}{2} \quad (2.15).}$ По (2.11) $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$, тогда $\boxed{W = \frac{q \cdot \Delta\varphi}{2} \quad (2.16)}$ или $\Delta\varphi = \frac{q}{C}$, то $\boxed{W = \frac{q^2}{2 \cdot C} (2.17).}$

По (2.12) $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{d}$. Подставляя это значение в (2.15), получим $W = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{d} \cdot \frac{\Delta\varphi^2}{2}$. Из (1.15) следует, что $\Delta\varphi = E \cdot d$, тогда $W = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S}{d} \cdot \frac{(E \cdot d)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot S \cdot E^2 \cdot d}{2}$. Зная, что $S \cdot d = V$ – объем конденсатора, то $W = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E^2}{2} \cdot V$.

Физическая величина $\omega = \frac{W}{V}$ называется *объемной плотностью энергии*. Тогда для конденсатора получим $\boxed{\omega = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E^2}{2} \quad (2.18).}$ Объемная плотность энергии конденсатора выражено через характеристику электростатического поля, следовательно можно утверждать, что само поле обладает энергией: $W = \omega \cdot V$ (2.19). Так как поле конденсатора полностью заключено внутри него, то можно говорить, что электростатическое поле обладает энергией $W = \omega \cdot V$.

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте определение диполя.
2. Дайте определение плеча диполя.
3. Дайте определение дипольного момента.
4. Укажите формулу для вычисления момента пары сил, действующих на диполь в электростатическом поле.
5. Изобразите граф – схему вывода формулы для вычисления момента пары сил, действующих на диполь в электростатическом поле.
6. Дайте определение неполярных молекул.
7. Дайте определение полярных молекул.
8. Дайте определение ионных кристаллов.
9. Укажите следствие помещения диэлектрика во внешнее электростатическое поле.
10. Дайте определение вектора поляризованности.
11. Укажите формулы для вычисления вектора поляризованности диэлектрика для однородной и неоднородной поляризованности.
12. Укажите зависимость вектора поляризованности от вектора напряженности электрического поля внутри диэлектрика.
13. Запишите формулу для вычисления вектора напряженности внутри диэлектрика.
14. Дайте определение поверхностной плотности заряда.
15. Назовите физический смысл диэлектрической проницаемости вещества.
16. Изобразите граф – схему для вывода формулы для вычисления вектора напряженности внутри диэлектрика.
17. Назовите условия равновесия зарядов в проводнике.
18. Дайте определение электростатической индукции.
19. Укажите значение величины напряженности электрического поля внутри проводника, помещенного во внешнее электростатическое поле.

20 Дайте определение электроемкости проводника.

21. Дайте определение конденсатора.
22. Дайте определение электроемкости конденсатора.
23. Запишите формулу для вычисления электроемкости плоского конденсатора.

24. Запишите формулу для вычисления электроемкости батареи конденсаторов, соединенных последовательно.
25. Изобразите граф – схему для вывода формулы для вычисления электроемкости батареи конденсаторов, соединенных последовательно.
26. Запишите формулу для вычисления электроемкости батареи конденсаторов, соединенных параллельно.
27. Изобразите граф – схему для вывода формулы для вычисления электроемкости батареи конденсаторов, соединенных параллельно.
28. Запишите формулу для вычисления работы, необходимой для увеличения заряда конденсатора.
29. Изобразите граф – схему для вывода формулы для вычисления работы, необходимой для увеличения заряда конденсатора.
30. Запишите формулы для вычисления энергии, которой обладает заряженный конденсатор.
31. Дайте определение объемной плотности энергии.
32. Запишите формулу для вычисления объемной плотности энергии конденсатора.

Примеры решения задач.

Пример 1. Конденсатор ёмкостью 0,6 мкФ, заряженный до 600 В, соединяют параллельно с конденсатором ёмкостью 0,4 мкФ, заряженным до 150 В. Какое напряжение установится на батарее конденсаторов? Какая энергия выделится при образовании искры?

Дано:	СИ:
$C_1 =$ 0,6 мкФ	$6\cdot10^{-7}$ Ф
$C_2 =$ 0,4 мкФ	$4\cdot10^{-7}$ Ф
$U_1 =$ 600 В	
$U_2 =$ 150 В	
U – ? ΔW – ?	

Решение:

Общая ёмкость двух параллельно соединённых конденсаторов определяется формулой: $C = C_1 + C_2$, а общий заряд батареи формулой: $q = q_1 + q_2$. Из определения ёмкости следует $q = C \cdot U$, тогда $U = \dfrac{q}{C} = \dfrac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2}$.

Энергия заряженного конденсатора определяется формулой: $W = \dfrac{C \cdot U^2}{2}$. До соединения энергия системы была $W_1 = \dfrac{C_1 \cdot U_1^2 + C_2 \cdot U_2^2}{2}$. После соединения конденсаторов энергия батареи будет: $W_2 = \dfrac{(C_1 + C_2) \cdot U^2}{2}$, следовательно

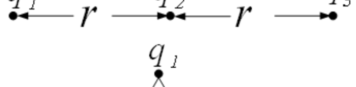
$$\Delta W = \frac{C_1 \cdot U_1^2 + C_2 \cdot U_2^2 - (C_1 + C_2) \cdot U^2}{2}.$$

Подставляя численные значения, получим: $U = \dfrac{6 \cdot 10^{-7} \cdot 600 + 4 \cdot 10^{-7} \cdot 150}{6 \cdot 10^{-7} + 4 \cdot 10^{-7}} = 240$ В.

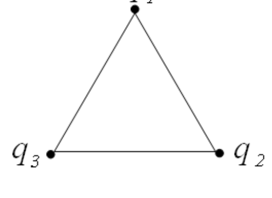
$$\Delta W = \frac{6 \cdot 10^{-7} \cdot 600^2 + 4 \cdot 10^{-7} \cdot 150^2 - \left(6 \cdot 10^{-7} + 4 \cdot 10^{-7}\right) \cdot 240^2}{2} = 4{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Ответ: $U = 240$ В, $\Delta W = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Пример 2. Какую работу нужно совершить, чтобы три точечных заряда по 10^{-6} Кл каждый, расположенных на одной, прямой на расстоянии 20 см друг от друга разместить в вершинах равностороннего треугольника со стороной 20 см?



Дано:	СИ:
$q = 10^{-6}$ Кл	
$r =$ 20 см	0,2 м
А– ?	



Решение:

Работа, совершаемая при перемещении зарядов, равна изменению потенциальной энергии их взаимодействия. Потенциальная энергия системы зарядов равна половине суммы энергий всех попарно взаимодействующих зарядов. Таким образом, в первом случае $W_1 = \frac{1}{2}\left(k\frac{q_1 \cdot q_2}{r} + k\frac{q_1 \cdot q_3}{2 \cdot r} + k\frac{q_2 \cdot q_3}{r}\right)$.

Во втором случае $W_2 = \frac{1}{2}\left(k\frac{q_1 \cdot q_2}{r} + k\frac{q_1 \cdot q_3}{r} + k\frac{q_2 \cdot q_3}{r}\right)$. Учитывая, что $q_1 = q_2 = q_3$ для первого случая получим: $W_1 = \frac{5 \cdot k \cdot q^2}{2 \cdot r}$. Для второго – $W_2 = \frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r}$. Итак: $A = \frac{3 \cdot k \cdot q^2}{r} - \frac{5 \cdot k \cdot q^2}{2 \cdot r} = \frac{k \cdot q^2}{2 \cdot r}$.

Подставляя численные значения, получим: $A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 0,2} = 22,5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Ответ: $A = 22,5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения.

5. Заряды 40 и 50 нКл расположены на расстоянии 50 см друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы сблизить эти заряды до 20 см?

6. Два плоских воздушных конденсатора одинаковой ёмкости соединены параллельно и заряжены до 400 В. Какое напряжение установится на батарее, если один из конденсаторов заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной 7?

Лекция 3
Законы постоянного тока.

1. Электрический ток. Условия, необходимые для появления тока.
2. Закон Ома для участка цепи. Закон Ома в дифференциальной форме.
3. Источники тока. Сторонние силы. ЭДС.
4. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца.
5. Закон Ома для неоднородного участка цепи.
6. Мощность тока во внешней цепи. КПД источника тока.

1. Электрический ток. Условия, необходимые для появления тока.

Любое упорядоченное движение электрических зарядов называется электрическим током. Если в проводнике создать электрическое поле, то свободные заряды придут в упорядоченное движение. Такой ток называется током проводимости (рис. 3.1). Для его появления необходимо наличие электрического поля и свободных зарядов.

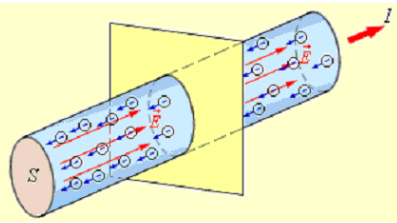


Рис.3.1

Если в пространстве перемещается заряженное тело, то ток называется конвекционным.

О наличии тока в проводнике можно судить по трем основным признакам: 1) ток оказывает магнитное действие – ориентирует магнитную стрелку; 2) ток оказывает тепловое действие – нагревает проводник; 3) ток оказывает химическое действие – если ток проходит в растворах или расплавах электролитов, то изменяется химический состав вещества.

За направление электрического тока условно принято направление движения положительно заряженных частиц в электростатическом поле.

Основной характеристикой электрического тока является сила тока – скалярная величина, равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника в единицу времени: $\boxed{I = \frac{dq}{dt} \quad (3.1)}$. Основной единицей силы тока в СИ является Ампер (А). Ампер – одна из основных единиц интернациональной системы мер.

Проводники с током взаимодействуют друг с другом. Если по проводникам текут токи одного направления – проводники притягиваются друг к другу. Если токи в проводниках противоположны – проводники отталкиваются. На основании этих явлений и вводится единица измерения силы тока в СИ.

Если по двум параллельным очень длинным проводникам расположенным на расстоянии 1 метр друг от друга одинаковые токи и при этом отрезки проводников по одному метру каждый взаимодействуют с силой $2\cdot10^{-7}$ Н, то по проводникам текут токи по 1 А в каждом.

Единица измерения электрического заряда Кулон (Кл) в СИ является производной от Ампера. Если по проводнику течёт ток в 1 А, то каждую секунду через его поперечное сечение переносится заряд в 1 Кл.

Ток может быть распределен по поверхности, через которую он протекает, неравномерно.

Для более детальной характеристики процессов, связанных с прохождением электрического тока, используют плотность тока, которая характеризует быстроту переноса заряда в проводнике через единицу площади его поперечного сечения: $\boxed{j = \frac{dI}{dS} \quad (3.2)}$. Плотность тока – векторная величина. За положительное направление плотности тока принимается направление вектора скорости упорядоченного движения положительных зарядов. Основной единицей измерения плотности тока в СИ является $\frac{А}{м^2}$.

Пусть заряд свободной частицы q_0, концентрация зарядов в проводнике n, скорость упорядоченного движения υ. Тогда за время dt через поперечное сечение проводника dS будет перенесен заряд $dq = q_0 \cdot n \cdot \upsilon \cdot dS \cdot dt$. Следовательно, $I = \frac{dq}{dt} = q_0 \cdot n \cdot \upsilon \cdot dS$ и

$$\boxed{\vec{j} = \frac{dI}{dt} = q_0 \cdot n \cdot \vec{\upsilon} \quad (3.3)}.$$

2. Закон Ома для участка цепи. Закон Ома в дифференциальной форме.

Георг Ом на опыте установил, что для однородного участка цепи ***сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна его сопротивлению – закон Ома для участка цепи:*** $\boxed{I = \frac{\Delta\varphi}{R} = \frac{U}{R} \quad (3.4)}$, где $U=\Delta\varphi$ – напряжение на концах участка цепи, R – сопротивление проводника, измеряемое в Омах (Ом). Однородным называется участок, не содержащий источника тока (ветвь d–c на рис. 3.2).

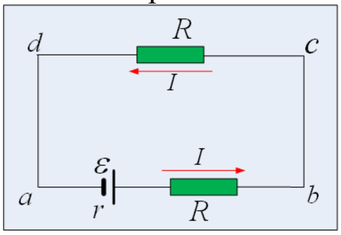


Рис.3.2

Сопротивление металлического проводника на участке неразветвленной цепи зависит от материала проводника, и его размеров: $\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (3.5)}$, где l – длина, S – площадь поперечного сечения проводника, $\rho = \frac{R \cdot S}{l}$ – *удельное сопротивление вещества*, из которого сделан проводник – сопротивление проводника из данного материала длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м^2. Измеряется в $Ом \cdot м$.

Удельное сопротивление проводника зависит от температуры: $\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t)$ (3.6), где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°С, t – температура, α – температурный коэффициент – относительное изменение сопротивления проводника при нагревании его на 1°С. При температурах, близких к абсолютному нулю, проводник переходит в сверхпроводящее состояние – полностью теряет свое сопротивление. Явление сверхпроводимости впервые было открыто у ртути. При температуре 4 К ртуть полностью теряла сопротивление. Создание высокотемпературных сверхпроводников – одно из важнейших направлений современной науки.

Величина, обратная удельному сопротивлению $\boxed{\gamma = \frac{1}{\rho} \quad (3.7)}$ называется *удельной проводимостью*.

Выведем *закон Ома для участка цепи в дифференциальной форме*. Для этого рассмотрим элементарный проводник длиной $d\ell$ и площадью поперечного сечения dS. Его сопротивление $R = \rho \cdot \frac{d\ell}{dS}$. Тогда по закону Ома $dI = \frac{U \cdot dS}{\rho \cdot d\ell}$. Учитывая, что $U = E \cdot d\ell$ можно получить: $\frac{dI}{dS} = \frac{E}{\rho}$ или: $\boxed{j = \frac{E}{\rho} = \gamma \cdot E \quad (3.8)}$. Уравнение (3.8) и есть закон Ома в дифференциальной форме так как для его вывода были использованы символы дифференциала– dI, $d\ell$, dS.

3. Источники тока. Сторонние силы. ЭДС.

Если два разноименно заряженных тела соединить проводником, то по нему потечет электрический ток, но он быстро прекратиться, так как электростатическое поле способно перемещать заряды только в одном направлении.

Для длительного существования электрического тока необходимо устройство способное совершать работу по перемещению электрических зарядов против сил электростатического поля. Такие устройства называют источниками тока, а силы, совершающие эту работу – сторонними силами. Основной характеристикой любого источника тока является электродвижущая сила (ЭДС), численно равная работе сторонних сил по перемещению единичного заряда: $\boxed{\varepsilon = \frac{A_{cm}}{q} \quad (3.9)}$. Единицей измерения ЭДС является В (Вольт).

Если полная электрическая цепь содержит несколько источников тока, то $\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$. Значение ЭДС считается положительным, если произвольно выбранное направление обхода цепи совпадает с переходом внутри источника от отрицательного полюса к положительному.

По аналогии с электрическими силами стороннюю силу можно представить в виде: $F_{cm} = q \cdot E_{cm}$, где E_{cm} – напряженность сторонних сил. Тогда $A_{cm} = \int q \cdot E_{cm} \cdot dl = q \cdot \int E_{cm} \cdot dl$. По (3.9) $A_{cm} = \varepsilon \cdot q$. Тогда $\varepsilon \cdot q = q \cdot \int E_{cm} \cdot dl$ или $\varepsilon = \int E_{cm} \cdot dl$ (3.10).

Рассмотрим неоднородный участок цепи *a–b*(рис. 3.2), на котором поддерживается постоянная разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ (рис. 3.2). На этом участке на свободные заряды будут действовать две силы – электрическая $F_{эл}$ и сторонняя F_{cm}. Равнодействующая этих сил будет равна: $\vec{F} = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_{cm} = q \cdot (E_{эл} + E_{cm})$. Тогда работа по перемещению заряда между точками 1–2 будет равна: $A = \int_1^2 F \cdot dl = \int_1^2 q \cdot (E_{эл} + E_{cm}) = q \cdot \int_1^2 E_{эл} \cdot dl + q \cdot \int_1^2 E_{cm} \cdot dl$. Но $\int_1^2 E_{эл} \cdot dl = \varphi_1 - \varphi_2$, а $\int_1^2 E_{cm} \cdot dl = \varepsilon$. Тогда $A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + q \cdot \varepsilon$ (3.11).

Величина $\boxed{U = \frac{A}{q} \quad (3.12)}$ называется *электрическим напряжением*. Из (3.11) и (3.12) следует

$$\boxed{U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon \quad (3.13)}$$

Если участок цепи однороден (то есть не содержит источника тока), то $\varepsilon = 0$ и $U = \varphi_1 - \varphi_2$ совпадает с разностью потенциалов.

4. Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца.

При перемещении заряда по однородному участку цепи электростатическое поле совершает работу: $dA = U \cdot dq$. Из (3.1) следует, что $dq = I \cdot dt$. Тогда $dA = U \cdot I \cdot dt$. Интегрируя, получим $A = U \cdot I \cdot t$ (3.13). Из (3.4) $U = I \cdot R$, значит $\boxed{A = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t \quad (3.14).}$

Как известно, мощность определяется формулой $P = \frac{A}{t}$. Тогда из (3.14) следует $\boxed{P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} (3.15).}$

Если на участке нет устройств, преобразующих электрическую энергию в механическую работу (электродвигателей), то единственным результатом прохождения тока будет разогрев проводника. Джоуль и Ленц на опыте установили, что ***количество теплоты, выделяемое в проводнике при прохождении по нему тока прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока.*** $\boxed{Q = I^2 \cdot R \cdot t \quad (3.16)}$ – закон Джоуля – Ленца. Если сила тока меняется со временем, то закон Джоуля – Ленца имеет вид $\boxed{dQ = (I_t)^2 \cdot R \cdot dt \quad (3.17)}$, где I_t – зависимость силы тока от времени.

Закон Джоуля – Ленца можно записать в дифференциальной форме. Для этого выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = S \cdot dl$, сопротивление которого

$R=\rho\cdot\dfrac{dl}{dS}$. Получим $dQ=I^2\cdot R\cdot dt=I^2\cdot\rho\cdot\dfrac{dl}{dS}\cdot dt=\left(j\cdot dS\right)^2\cdot\rho\cdot\dfrac{dl}{dS}\cdot dt=\rho\cdot j^2\cdot dV\cdot dt$. Используя (3.7) и соотношение $\rho=\dfrac{1}{\gamma}$, получаем $dQ=\gamma\cdot E^2\cdot dV\cdot dt$. Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема проводника, называют *удельной тепловой мощностью тока*: $\boxed{\omega=\dfrac{dQ}{dV\cdot dt}\quad(3.18).}$ Тогда $\boxed{\omega=\gamma\cdot E^2\quad(3.19)}$ – *закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме*.

5. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Закон Ома для неоднородного участка цепи вытекает из закона сохранения энергии. Пусть на концах участка цепи *a–b* (рис. 3.2) поддерживается постоянная разность потенциалов $\varphi_1-\varphi_2$. Так как заряды нигде не скапливаются, то сила тока во внешней части цепи и внутри источника тока, равны. По (3.17) на участке выделяется количество теплоты $dQ=I^2\cdot(R+r)\cdot dt$, где r – внутреннее сопротивление источника тока, или $dQ=I\cdot(R+r)\cdot I\cdot dt$. Но $I\cdot dt=dq$, тогда $dQ=I\cdot(R+r)\cdot dq$.

По (3.11) $dA=dq\cdot\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+dq\cdot\varepsilon$.

По закону сохранения энергии $dQ=dA$ или $I\cdot\left(R+r\right)\cdot dq=dq\cdot\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+dq\cdot\varepsilon$. Отсюда $\boxed{I=\dfrac{\left(\varphi_1-\varphi_2\right)+\varepsilon}{R+r}\quad(3.20)}$ – *закон Ома для неоднородного участка цепи*.

Из (3.20) следуют частные случаи:

1) участок не содержит источника тока $\varepsilon=0$, следовательно $I=\dfrac{\Delta\varphi}{R}=\dfrac{U}{R}$ – закон Ома для участка цепи;

2) цепь замкнута $\varphi_1=\varphi_2,\Delta\varphi=0$, следовательно $\boxed{I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}\quad(3.21)}$ – *закон Ома для замкнутой (полной) цепи*.

6. Мощность тока во внешней цепи. КПД источника тока.

Любая цепь состоит из источника тока, потребителя и подводящих проводов. Пренебрегая сопротивлением подводящих проводов по (3.21) $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$.

Работа источника тока по перемещению заряда вдоль замкнутой цепи $A=\varepsilon\cdot I\cdot t$, следовательно, $P=\varepsilon\cdot I$ или $\boxed{P=\dfrac{\varepsilon^2}{R+r}\quad(3.22)}$ – полная мощность, выделяемая в цепи.

Во внешней цепи (в нагрузке) выделяется часть этой мощности, называемая полезной: $P_{пол}=I^2\cdot R=\left(\dfrac{\varepsilon}{R+r}\right)^2\cdot R=\dfrac{\varepsilon^2}{R+r}\cdot\dfrac{R}{R+r}$ (3.23).

КПД равен отношению полезной мощности к полной: $\boxed{\eta=\dfrac{P_{пол}}{P}=\dfrac{R}{R+r}\quad(3.24).}$

Продифференцируем (3.21) по R:

$$\left(\frac{\varepsilon^2\cdot R}{(R+r)^2}\right)'=\varepsilon^2\cdot\left(\frac{R}{(R+r)^2}\right)'=\varepsilon^2\cdot\frac{R'\cdot(R+r)^2-R\cdot\left((R+r)^2\right)'}{(R+r)^4}=\varepsilon^2\cdot\frac{(R+r)^2-R\cdot2\cdot(R+r)}{(R+r)^4}=$$

$= \varepsilon^2 \cdot \dfrac{R^2 + 2\cdot R\cdot r + r^2 - 2\cdot R^2 - 2\cdot R\cdot r}{(R+r)^4} = \varepsilon^2 \cdot \dfrac{r^2 - R^2}{(R+r)^2}$. Приравняем производную к нулю: $\varepsilon^2 \cdot \dfrac{r^2 - R^2}{(R+r)^2} = 0$ или $\dfrac{r^2 - R^2}{(R+r)^2} = 0$, следовательно, $r^2 = R^2$ или $r = R$. Значит, полезная мощность будет минимальной при условии $r = R$. КПД при этом будет $\eta = \dfrac{R}{R+R} = 0{,}5$.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое электрический ток?
2. Какой ток называют током проводимости?
3. Условия необходимые для его появления и существования.
4. Что принято за направление тока?
5. Что такое конвекционный ток?
6. Формула силы тока. Единицы измерения силы тока.
7. Формула электрического сопротивления.
8. Что такое удельное сопротивление, от чего оно зависит?
9. Сформулировать закон Ома для участка цепи.
10. Плотность тока и единицы её измерения.
11. Вывести закон Ома в дифференциальной форме.
12. Что такое сверхпроводимость?
13. Что такое источник тока?
14. Что такое сторонние силы?
15. Что такое ЭДС?
16. Что такое напряжение?
17. Формула напряжения.
18. Формулы работы и мощности тока.
19. Сформулировать закон Джоуля–Ленца.
20. Вывести закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.
21. Что такое удельная проводимость?
22. Вывести закон Ома для неоднородного участка цепи.
23. Вывести формулу КПД источника тока.

Примеры решения задач.

Пример 1. Сила тока в нихромовом проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения 1 мм^2 равномерно нарастает в течение 5 с от 0 до 10 А. Определить количество теплоты выделяющейся в проводнике за это время. Удельное сопротивление нихрома 10^{-6} Ом·м.

Дано:	СИ:
ℓ=2 м	
S =1 мм^2	10^{-6} м^2
Δt =5 с	
ρ =10^{-6} Ом·м	
$I_1 = 0$	
$I_2 = 10$ А	
Q –?	

Решение:

В данной задаче сила тока меняется с течением времени. Поэтому закон Джоуля-Ленца нужно писать в виде (3.17): $dQ = (I_t)^2 \cdot R \cdot dt$. Так как ток нарастает равномерно, то $I_t = k \cdot t$, где $k = \dfrac{I}{\Delta t}$ – коэффициент пропорциональности. По (3.5) $R = \rho \cdot \dfrac{\ell}{S}$. Учитывая сказанное, получим: $dQ = \left(\dfrac{I}{\Delta t}\cdot t\right)^2 \cdot \rho \cdot \dfrac{\ell}{S} \cdot dt$. Интегрируя, получим: $Q = \dfrac{I\cdot\rho\cdot\ell}{\Delta t\cdot S} \cdot \int_0^5 t^2 \cdot dt = \dfrac{I\cdot\rho\cdot\ell}{\Delta t\cdot S} \cdot \dfrac{t^3}{3}$. Итак: $Q = \dfrac{10\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 5^3}{5\cdot 10^{-6}\cdot 3} \approx 170$ *Дж*

Ответ: Q=170 Дж.

Пример 2. Плотность тока в алюминиевом проводнике $1\,\dfrac{A}{мм^2}$. Найти скорость упорядоченного движения электронов, считая, что концентрация свободных электронов равна концентрации атомов алюминия.

Дано:	СИ:
j=1 А/мм^2	10^6 А/м^2
υ–?	

Решение:

По (3.3) $j = e \cdot n \cdot \upsilon$ где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,Кл$ – заряд электрона. Отсюда: $\upsilon = \dfrac{j}{e \cdot n}$ (1). Так как концентрация электронов равна концентрации атомов алюминия, то: $n = \dfrac{N}{V}$ где $N = \dfrac{m}{M} \cdot N_A$ – число атомов алюминия в проводнике; $V = \ell \cdot S$ – объём проводника; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$ – число Авогадро; $M = 26 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль}$ – молярная масса алюминия. Тогда для концентрации получим: $n = \dfrac{m \cdot N_A \cdot}{M \cdot \ell \cdot S}$ (2). Значение массы проводника может быть определено формулой: $m = \rho \cdot \ell \cdot S$ где $\rho = 2{,}6 \cdot 10^3\,\dfrac{кг}{м^3}$ – плотность алюминия. Подставляя значение m в формулу (2), получим: $n = \dfrac{\rho \cdot \ell \cdot S \cdot N_A}{M \cdot \ell \cdot S} = \dfrac{\rho \cdot N_A}{M}$. Подставляя значение n в формулу (1), получим: $\upsilon = \dfrac{j \cdot M}{e \cdot \rho \cdot N_A}$. Итак:

$$\upsilon = \frac{10^6 \cdot 26 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}6 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} = 1{,}04 \cdot 10^{-5}\,\frac{м}{с}.$$

Ответ: $\upsilon = 1{,}04 \cdot 10^{-5}\,\dfrac{м}{с}$.

Задачи для самостоятельного решения.

7. В медном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения 0,4 мм^2 течёт ток. При этом за каждую секунду в нём выделяется 0,35 Дж теплоты. Сколько электронов ежесекундно проходит через поперечное сечение проводника?

8. Определить среднюю скорость движения электронов в железном проводнике сечением 1 мм^2 при силе тока 10 А. Принять, что на каждый атом меди приходится 2 электрона проводимости.

9. При силе тока 10 А выделяемая генератором мощность во внешней цепи равна 200 Вт, а при силе тока 15 А– 240 Вт. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление генератора.

Лекция № 4
Разветвленные цепи.

1. Последовательное соединение проводников.
2. Параллельное соединение проводников.
3.Первое правило Кирхгофа.
4. Второе правило Кирхгофа.

1. Последовательное соединение проводников.

Последовательным называется соединение, при котором конец одного проводника соединяется с началом другого (рис. 4.1).

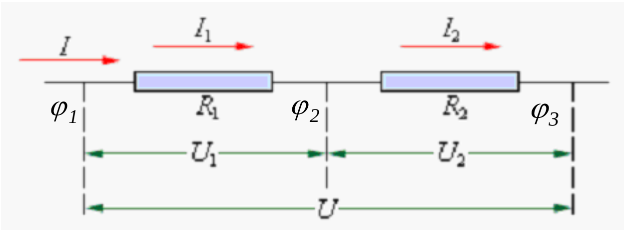


Рис.4.1

Так как при этом ни в одном из проводников заряды не скапливаются, то по ним текут одинаковые токи: $I_1 = I_2 = I$ (4.1).

Участок цепи, по которому при любых условиях текут одинаковые токи, называется ветвью цепи.

Разность потенциалов на концах участка $U = \varphi_1 - \varphi_3$, а на каждом из резисторов – $U_1 = \varphi_1 - \varphi_2$; $U_2 = \varphi_2 - \varphi_3$. Складывая почленно последние уравнения, получим: $U_1 + U_2 = \varphi_1 - \varphi_3$, но $\varphi_1 - \varphi_3 = U$. Таким образом при последовательном соединении напряжение на концах участка цепи равно сумме напряжений на каждом из проводников, входящих в состав участка: $U = \sum_{i=1}^{n} U_i$ (4.2). По закону Ома для участка цепи

$U = I \cdot R$. Тогда: $I \cdot R = \sum_{i=1}^{n} I_i \cdot R_i$, но по (4.1) $I = I_i$. Тогда

$$\boxed{R = \sum_{i=1}^{n} R_i \quad (4.3).}$$

При последовательном соединении сопротивление участка цепи равно сумме сопротивлений проводников, входящих в состав участка.

2. Параллельное соединение проводников.

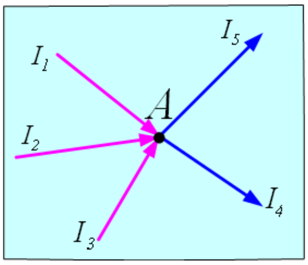


Рис.4.2

Узлом электрической цепи называется точка, в которой сходятся не менее трёх проводников (рис. 4.2).

Параллельным называется соединение, при котором начала проводников соединены в один узел, а концы в другой (рис. 4.3)

При параллельном соединении напряжения на всех проводниках равны $U_1 = U_2 = U$ (4.4). Ток I расходится в узле A на токи I_1 и I_2. Поэтому $I = \sum_{i=1}^{n} I_i$. В узле B эти токи сходятся в ток I/ По закону Ома

$I = \frac{U}{R}$. Тогда: $\frac{U}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{U_i}{R_i}$ или, учитывая, (4.4)

$$\boxed{\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R} \quad (4.5).}$$

Величина обратная сопротивлению $\frac{1}{R}$ ***называется проводимостью проводника.***

Итак, при параллельном соединении складываются проводимости проводников.

3.Первое правило Кирхгофа.

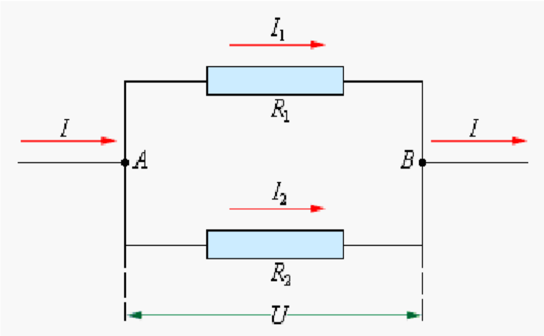


Рис.4.3

Закон Ома для неоднородного участка цепи позволяет рассчитывать электрические цепи любой сложности. Но эти расчёты могут оказаться очень громоздкими. Упростить их позволяют правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа является следствием закона сохранения электрического заряда. Оно гласит: ***алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю. При этом, токи, входящие в узел, считаются положительными. Выходящие – отрицательными***. Так для узла, изображённого на рис. 4.2, по первому правилу Кирхгофа можно написать:

$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$. Или: $\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \quad (4.6)}$

4. Второе правило Кирхгофа.

Второе правило Кирхгофа есть следствие закона сохранения энергии.

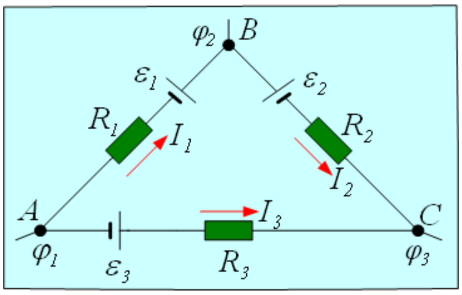


Рис.4.3

Выберем в разветвлённой цепи произвольный замкнутый контур (рис. 4.4).Зададим направление обхода контура, например по часовой стрелке и направление токов в каждой ветви контура. Направления обхода контура и токов выбираются произвольно. При этом, если направление тока совпадает с направлением обхода контура то ток считается положительным. В противном случае – отрицательным.

Запишем закон Ома для неоднородного участка цепи для каждой ветви контура. При этом ЭДС источника тока будем считать положительной, если ток, создаваемый этим источником, совпадает по направлению с направлением обхода контура. Итак, для контура АВСА будем иметь:

$$I_1 \cdot R_1 = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_1$$

$$I_2 \cdot R_2 = (\varphi_2 - \varphi_3) - \varepsilon_2$$

$$I_3 \cdot R_3 = (\varphi_3 - \varphi_1) - \varepsilon_3$$

Сложив почленно последние уравнения, получим : $I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3$

Количество источников тока в контуре может отличаться от числа резисторов в нём.Поэтому в общем виде второе правило Кирхгофа имеет вид:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i \cdot R_i = \sum_{k=1}^{m} \varepsilon_k \quad (4.7)}$$

где ***n, m*** – число резисторов и источников тока в контуре соответственно.

Физическая величина $I \cdot R$ называется падением напряжения. Итак: второе правило Кирхгофа гласит: ***алгебраическая сумма падений напряжений в контуре равна алгебраической сумме ЭДС источников, входящих в состав контура***.

Для полного описания цепи по первому правилу Кирхгофа составляют $m-1$ уравнение. По второму– $n-m+1$ уравнение, где ***m***–число узлов цепи ; ***n***–число ветвей цепи.

Если при решении задачи значение тока получается отрицательным, то на самом деле ток течёт в противоположном направлении.

Вопросы для самоконтроля.

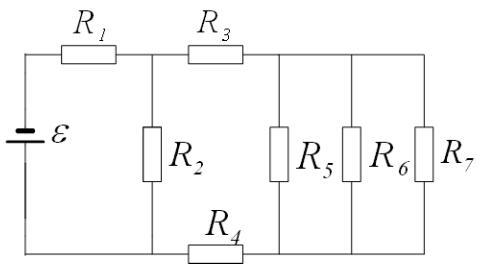
1. Какое соединение проводников называется последовательным?
2. Что называется ветвью электрической цепи?
3. Выведите формулу результирующего сопротивления при последовательном соединении проводников.
4. Что такое узел электрической цепи?
5. Какое соединение проводников называется параллельным?
6. Вывести формулу для расчёта результирующего сопротивления при параллельном соединении проводников.
7. Сформулировать первое правило Кирхгофа.
8. Вывести уравнение второго правила Кирхгофа.

Примеры решения задач.

Пример 1. В цепи, изображённой на рисунке, определить ЭДС источника, ток в каждом резисторе, если R_1= 16 Ом, R_2= 21 Ом, R_3= 10 Ом, R_4= 17 Ом, R_5= 24 Ом, R_6= 60 Ом, R_7= 120 Ом, r= 1 Ом. Напряжение на зажимах источника – 90 В.

Дано:
R_1= 16 Ом
R_2= 21 Ом
R_3= 10 Ом
R_4= 17 Ом
R_5= 24 Ом
R_6= 60 Ом
R_7= 120 Ом
r= 1 Ом
U= 90 В

ε –?
I_1, I_2, I_3, I_4 –?



Решение:

Лекция № 5.
Магнитное поле в вакууме.

1. **Взаимодействие токов.**
2. **Магнитное поле. Магнитный момент. Магнитная индукция.**
3. **Закон Био – Савара – Лапласа.**
4. **Поле прямого тока.**
5. **Поле кругового тока.**

1. Взаимодействие токов.

Электрические токи взаимодействуют между собой. Два тонких параллельных проводника притягивают друг друга, если токи в них текут в одном направлении. Если токи текут в противоположных направлениях – проводники отталкивают друг друга. Опыт показывает, что сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из двух параллельных проводников пропорциональна силам токов и обратно пропорциональна расстоянию между токами: $\boxed{F = k\dfrac{2 \cdot i_1 \cdot i_2}{r} \quad (5.1)}$, где k – коэффициент пропорциональности. На основании (5.1) устанавливается единица силы тока в СИ – А (Ампер).

Если по двум бесконечно длинным параллельным проводникам очень малого сечения, находящимся на расстоянии 1 м друг от друга, текут одинаковые токи и при этом отрезки проводников по одному метру каждый взаимодействуют с силой $2 \cdot 10^{-7}$ Н, то по проводникам текут токи по 1 А в каждом.

В СИ $k = \dfrac{\mu_0}{4\pi}$ (5.2), где μ_0 – так называемая магнитная постоянная.

С учётом (5.2), (5.1) примет вид: $\boxed{F = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{2 \cdot i_1 \cdot i_2}{r} \quad (5.3).}$

Как было показано выше при условии, что $i_1 = i_2 = 1$ А – сила $F = 2 \cdot 10^{-7}$ Н. Подставляя эти значения в (5.3), определим значение $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{Гн}{м}$.

2. Магнитное поле. Магнитный момент. Магнитная индукция.

Взаимодействие токов осуществляется через поле, называемое магнитным. Это название происходит от того, что токи оказывают ориентирующее действие на магнитную стрелку.

Итак, движущиеся заряды (токи), изменяют свойства окружающего их пространства – создают в нём магнитное поле.

Подобно тому, как для исследования электрического поля мы использовали пробный точечный заряд, для исследования магнитного поля применим пробный ток, текущий по плоскому замкнутому контуру очень малых размеров. (Рис. 5.1). Ориентацию контура в пространстве характеризуют направлением положительной нормали к контуру, связанной с направлением тока правилом правого винта: ***если движение рукоятки винта совпадает с направлением тока в контуре, то поступательное движение винта указывает направление положительной нормали.***

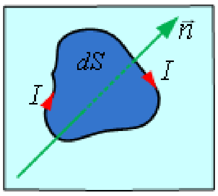


Рис.5.1

Магнитное поле оказывает на контур ориентирующее действие, устанавливая положительную нормаль в определённом направлении. Это направление принимается за направление поля в данной точке пространства.

При повороте контура возникает вращательный момент, стремящийся вернуть контур в равновесное состояние. Его величина зависит от угла α между направлением нормали к контуру и направлением поля, и достигает максимального значения при $\alpha = 90°$. Так же вращательный момент зависит от свойств поля и самого контура.

Максимальный вращательный момент $M_{\max} \sim I \cdot S$ и не зависит от формы контура. Величина $\boxed{p_m = I \cdot S \quad (5.4)}$ называется магнитным моментом. Магнитный момент – вектор, направление которого совпадает с направление положительной нормали к контуру $\vec{p_m} = p_m \cdot \vec{n}$, где $\vec{n} = 1$–единичный вектор.

На пробные контуры с различными магнитными моментами со стороны поля действуют различные вращательные моменты, но отношение $\dfrac{M_{\max}}{p_m}$ не зависит от магнитного момента и может служить характеристикой самого поля.

Величина $\boxed{\vec{B} = \dfrac{M_{\max}}{p_m} \quad (5.5)}$ называется магнитной индукцией и является аналогом напряжённости электростатического поля (Э.С.П.), то есть силовой характеристикой магнитного поля. Направление $\vec{B}$ совпадает с направление самого поля.

3. Закон Био – Савара – Лапласа.

Био и Савар провели исследования магнитных полей, создаваемых различными токами, и пришли к выводу, что значение магнитной индукции всегда пропорционально силе тока и, более или менее сложным образом, зависит от расстояния до точки, в которой определяется её значение. Лаплас обработал результаты опытов Био и Савара и пришёл к выводу, что магнитное поле любого тока может быть рассчитано по принципу суперпозиции полей, созданных каждым элементарным участком тока. Для магнитной индукции элемента тока Лаплас получил формулу:

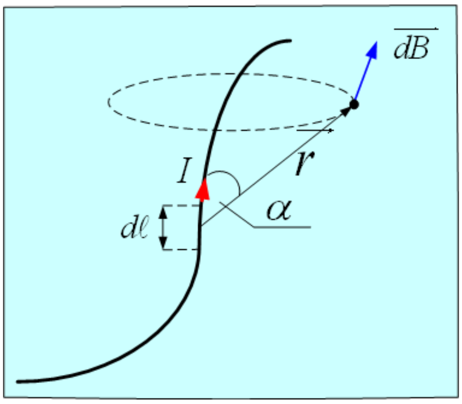


Рис.5.2

$$\boxed{dB = k\frac{I \cdot d\ell \cdot \sin\alpha}{r^2} \quad (5.6)},$$

где $k = \dfrac{\mu_0}{4\pi}$; I – сила тока; $d\ell$ – длина элемента; α – угол между направлением тока и направлением в точку, в которой определяется индукция поля; r – расстояние от элемента до точки. (Рис. 5.2).

Уравнение (5.6) и есть закон Био – Савара – Лапласа или просто Био – Савара. Направление $\vec{dB}$ перпендикулярно плоскости проходящей через $d\ell$ и линию, соединяющую элемент тока с точкой, в которой она определяется, и определяется правилом правого винта. ***Если правый винт вращать так, чтобы его поступательное движение совпало с направлением тока, то элементарное движение рукоятки укажет направление $\vec{B}$ в данной точке пространства.***

4. Поле прямого тока.

Определим значение магнитной индукции поля, создаваемого прямолинейным проводником с током на расстоянии b от него. (Рис. 5.3). Так как на любом участке $d\ell_i$ токи имеют одинаковое направление, то и все $\vec{dB_i}$ в данной точке сонаправлены. Таким образом: $B = \sum dB_i$.

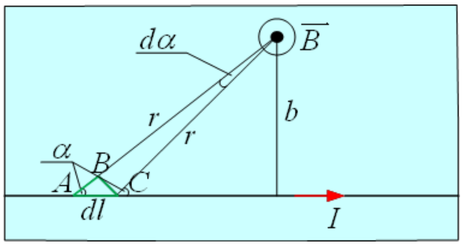


Рис.5.3

Из рис.5.3 видно, что $r = \dfrac{b}{\sin\alpha}$; а $d\ell = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, но

$BC = r \cdot \sin d\alpha$. Так как $d\alpha \to 0$, $\sin d\alpha \approx d\alpha$, тогда $d\ell = \dfrac{r d\alpha}{\sin \alpha}$. Или, учитывая значение r, получим: $d\ell = \dfrac{b \cdot d\alpha}{\sin^2 \alpha}$. Подставим значение r и $d\ell$ в (5.6): $dB = k \dfrac{I \cdot \dfrac{b \cdot d\ell}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin \alpha}{\left(\dfrac{b}{\sin \alpha}\right)^2} = k \cdot I \cdot \dfrac{\sin \alpha \cdot d\alpha}{b}$. Интегрируя, получим:

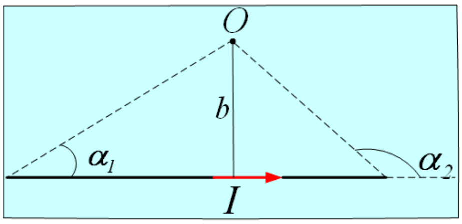


Рис.5.4

$B = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \dfrac{k \cdot I}{b} \cdot \sin d\alpha = \dfrac{k \cdot I}{b} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$. Учитывая значение k, получим:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{b} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (5.7),}$$

где α_1 – угол между направлением тока в начале проводника и направлением на точку O, в которой определяется B; α_2 – угол между направлением тока в конце проводника и направлением на точку O из конца проводника. Рис. 5.4.

5. Поле кругового тока.

Определим значение магнитной индукции поля, созданного током, текущим по окружности в её центре. (Рис. 5.5). Каждый элемент окружности $d\ell_i$ создаёт в её центре индукцию $\overrightarrow{dB_i}$ направленную перпендикулярно плоскости чертежа от наблюдателя за чертёж. Поэтому $B = \sum dB$.

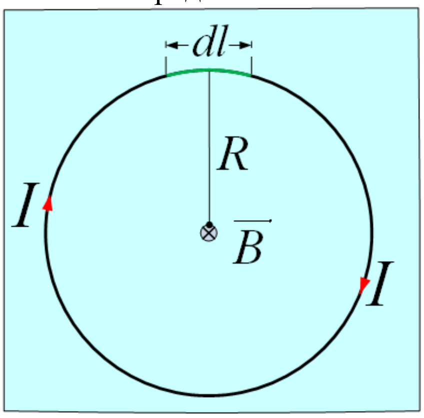


Рис.5.5

По закону Био – Савара $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{I \cdot d\ell \cdot \sin \alpha}{R^2}$, В любой точке окружности $d\ell$ перпендикулярен R, следовательно: $\sin \alpha = \sin 90° = 1$. Тогда $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{I \cdot d\ell}{R^2}$. Интегрируя, получим:

$B = \int\limits_0^{\ell} \dfrac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} d\ell = \dfrac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \ell$, где $\ell = 2 \cdot \pi \cdot R$ – длина окружности. Тогда $B = \dfrac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R$;

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R} \quad (5.8).}$$

Аналогичным образом рассчитываются значения магнитных индукций полей, создаваемых токами любой конфигурации.

Без вывода запишем значение индукции магнитного поля, созданного круговым током в точке, лежащей на его оси на расстоянии x от его центра

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{R^2 \cdot I}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (5.9)}$$

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулировать правило правого винта.
2. Написать формулу магнитного момента.

3. Написать формулу магнитной индукции.
4. Сформулировать закон Био - Савара - Лапаласа.
5. Написать формулу закона Био - Савара - Лапласа.
6. Вывести формулы для определения индукции магнитного поля, создаваемого прямым и круговым токами.

Лекция № 6.
Действие магнитного поля на токи и заряды.

1. **Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера.**
2. **Сила Лоренца (магнитная составляющая силы Лоренца).**
3. **Работа магнитной составляющей силы Лоренца.**

1. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера.

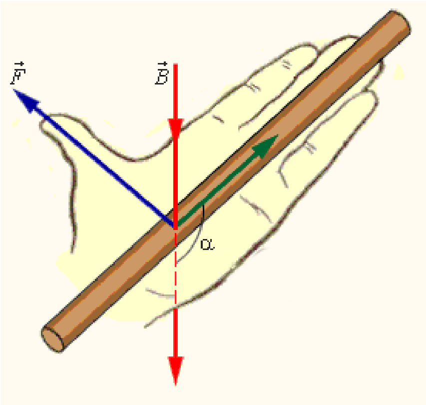


Рис. 6.1.

Согласно закону, экспериментально установленному, Ампером на элемент тока dI, находящегося в магнитном поле, действует сила

$$\boxed{\overrightarrow{dF} = i \cdot \overrightarrow{d\ell} \cdot \overrightarrow{B} \quad (6.1),}$$

где i – сила тока на участке $d\ell$; $\overrightarrow{d\ell}$ – вектор, направление которого совпадает с направлением тока; $\overrightarrow{B}$ – индукция магнитного поля в месте расположения $d\ell$.

Из математики известно, что численное значение векторного произведения определяется формулой: $\left|\overrightarrow{d\ell} \cdot \overrightarrow{B}\right| = d\ell \cdot B \cdot \sin\varphi$, где φ – угол между векторами $\overrightarrow{d\ell}$ и $\overrightarrow{B}$. Таким образом значение dF будет:

$$\boxed{dF = i \cdot d\ell \cdot B \cdot \sin\varphi \quad (6.2)}$$

Направление этой силы определяется правилом левой руки (рис. 6.1). ***Если ладонь левой руки расположена таким образом, чтобы вектор $\overrightarrow{B}$ входил в неё, а 4 вытянутых пальца были направлены по току, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Ампера.***

Воспользуемся законом Ампера для определения силы взаимодействия двух бесконечно длинных параллельных проводников с токами, находящимися в вакууме на расстоянии b друг от друга (рис. 6.2).

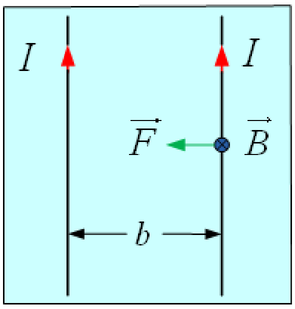


рис.6.2

Так как расстояние между проводниками b = *const*, то каждый элемент второго тока находится в магнитном поле, созданным первым током с индукцией B_1, определяемой формулой (5.7): $B = \dfrac{\mu_0 \cdot i_1}{4\pi \cdot b} \cdot (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$.

Так как проводник бесконечно длинный, то $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = 180°$. Тогда $B = \dfrac{\mu_0 \cdot i_1}{4\pi \cdot b} \cdot 2$.

По закону Ампера на единицу длины второго тока со стороны поля, созданного первым током будет действовать сила $F = i_2 \cdot B_1 \cdot \ell \cdot \sin\varphi$, но φ = 90°, следовательно $\sin\varphi$ =1. Тогда, учитывая значение B_1, получим:

$$\boxed{F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot i_1 \cdot i_2}{b} \quad (6.3),}$$

что полностью соответствует уравнению (5.3).

2. Сила Лоренца (магнитная составляющая силы Лоренца).

Проводник, по которому течёт электрический ток, отличается от проводника без тока только тем, что его свободные заряды находятся в упорядоченном движении. Значит можно предположить, что сила Ампера действует на движущиеся заряды, а уже от них действие передаётся проводнику.

По закону Ампера $dF = i \cdot d\ell \cdot B \cdot \sin\varphi$. Из определения плотности тока (см. формулу 3.2) $i = j \cdot S$. Тогда: $dF = j \cdot S \cdot d\ell \cdot B \cdot \sin\varphi$, но $S \cdot d\ell = dV$ – объёму элемента проводника. Тогда: $dF = j \cdot dV \cdot B \cdot \sin\varphi$.По формуле(3,3) $j = q_0 \cdot n \cdot \upsilon$, где q_0 –заряд одной частицы; $n = \dfrac{N}{dV}$ – концентрация частиц в проводнике; υ –скорость их упорядоченного движения. Учитывая сказанное, для силы, действующей на все заряженные частицы, находящиеся в объёме проводника dV, получим: $dF = q_0 \cdot N \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\varphi$ Тогда на отдельную частицу будет действовать сила,

$$\boxed{F_м = q_0 \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\varphi \quad (6.4),}$$

получившая название силы Лоренца

Далее будет показано, что электрические и магнитные поля имеют тесную связь и в большинстве случаев образуют единое электромагнитное поле. Поэтому силу $F_м$ часто называют магнитной составляющей силы Лоренца, а силой Лоренца называют силу, с которой электромагнитное поле действует на находящуюся в нём заряженную частицу.

3. Работа магнитной составляющей силы Лоренца.

Как известно, за направление силы тока принято направление движения положительных зарядов. Магнитная составляющая силы Лоренца является следствием действия силы Ампера на проводник с током. Поэтому направление $F_м$, действующей на *положительно* заряженную частицу также определяется правилом левой руки: **если ладонь левой руки расположить так, чтобы вертикальная составляющая магнитной индукции входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по скорости движения частицы, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление магнитной составляющей силы Лоренца.**

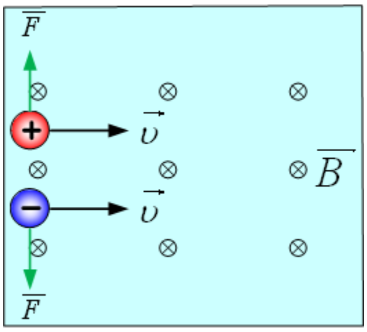


рис. 6.3.

Если частица отрицательна – направление $F_м$ противоположно. (рис. 6.3)

Найдём работу магнитной составляющей силы Лоренца по перемещению заряженной частицы.

По определению работа есть скалярное произведение силы на перемещение: $A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$, где α – угол между направлениями силы и перемещения. По определению скорости $\vec{\upsilon} = \dfrac{\overrightarrow{dS}}{dt}$, а это значит, что направление скорости в данной точке траектории совпадает с направлением элементарного перемещения $\overrightarrow{dS}$. Из рис. 6.3 видно, что α = 90°, тогда $\cos$ 90°=0, значит: ***магнитная составляющая силы Лоренца не совершает механической работы.***

По теореме о кинетической энергии работа силы равна изменению кинетической энергии. Значит: ***магнитная составляющая силы Лоренца не изменяет кинетическую энергию частицы, а также модуль её скорости.***

Из правила левой руки следует, что магнитная составляющая силы Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости движения частицы. Такие силы не совершают механической работы, не меняют кинетической энергии и модуля скорости тел, а заставляют их двигаться по круговым траекториям.

Вопросы для самоконтроля.

1. Сформулировать закон Ампера.
2. Сформулировать правило левой руки.
3. Доказать, что параллельные токи, текущие в одном направлении притягиваются, а в

противоположных– отталкиваются друг от друга.

4. Вывести формулу (6.3).
5. Вывести формулу магнитной составляющей силы Лоренца.
6. Почему магнитная составляющая силы Лоренца не совершает механической работы, не изменяет кинетической энергии и модуля скорости заряженной частицы?

Лекция № 7.
Магнитное поле в веществе.

1. **Магнитное поле в веществе.**
2. **Описание поля в магнетиках.**
3. **Магнитомеханические явления.**
4. **Диамагнетики.**
5. **Парамагнетики.**
6. **Ферромагнетики.**

1. Магнитное поле в веществе.

Магнитное поле проводников с током существенно изменяется, если они находятся не в вакууме, а в каком–либо веществе. Всякое вещество под действием внешнего магнитного поля приобретает собственный магнитный момент – намагничивается. Намагниченное вещество порождает собственное магнитное поле с индукцией $\overrightarrow{B'}$, которое накладывается на внешнее магнитное поле с индукцией $\overrightarrow{B_0}$. В результате возникает результирующее поле с индукцией

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{B}' \quad (7.1)$$

Для объяснения намагничивания тел, Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют элементарные токи. Каждый такой ток обладает магнитным моментом и создаёт в пространстве магнитное поле. В отсутствие внешнего поля, вследствие теплового движения молекул, моменты этих токов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга. Во внешнем поле они приобретают преимущественную ориентацию, вещество намагничивается и создаёт поле $\overrightarrow{B'}$.

Намагничивание вещества естественно характеризовать магнитным моментом единицы объёма вещества. Эта величина называется вектором намагничивания вещества и определяется формулой:

$$\boxed{\overrightarrow{j} = \frac{\sum \overrightarrow{p_{mi}}}{\Delta V} \quad (7.2)}$$

где $\overrightarrow{p_{mi}}$ – магнитный момент одной молекулы; ΔV – объём, в котором эти молекулы содержатся. Таким образом: вектор намагниченности аналогичен вектору поляризации диэлектрика $\overrightarrow{P} = \frac{\sum \overrightarrow{p_i}}{\Delta V}$.

2. Описание поля в магнетиках.

Любое вещество изменяет внешнее магнитное поле, а это значит, что вещество обладает магнитными свойствами. По этому, любые вещества называются магнетиками. Далее будет показано, что различные магнетики обладают различными свойствами.

Как известно, магнитные поля порождаются электрическими токами. Значит, для описания поля в веществе необходимо знать не только токи, текущие по проводникам (макроскопические токи), и создающие поле $\overrightarrow{B_0}$, но и молекулярные (микроскопические токи) создающие поле $\overrightarrow{B'}$. Для преодоления данного затруднения нужно найти вспомогательную величину, связанную простым соотношением с индукцией результирующего поля $\overrightarrow{B}$ и определяемой лишь макроскопическими токами. Эта величина называется напряжённостью магнитного поля и определяется формулой:

$$\boxed{\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{\mu_0} - \overrightarrow{j} \quad (7.3)}$$

Вектор намагничивания $\overrightarrow{j}$ принято связывать не с индукцией магнитного поля, а с его напряжённостью. Как показывает опыт, эта связь имеет вид:

$$\boxed{\overrightarrow{j} = \chi \cdot \overrightarrow{H} \quad (7.4)}$$

Из (7.3) следует, что размерности H и j совпадают, поэтому χ безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Учитывая (7.4) – (7.3) примет вид: $H = \frac{B}{\mu_0} - \chi \cdot H$. Отсюда $H + \chi \cdot H = \frac{B}{\mu_0}$ или

$$\boxed{H = \frac{B}{\mu_0(1+\chi)} \quad (7.5)}.$$

Физическая величина

$$\boxed{\mu = 1 + \chi \quad (7.6),}$$

показывающая, во сколько раз поле в веществе сильнее этого поля в вакууме, называется магнитной проницаемостью вещества.

Учитывая (7.6) – (7.5) примет вид:

$$\boxed{H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu} \quad (7.7).}$$

Формула (7.7) и есть то простое соотношение, которое связывает индукцию результирующего поля $\overrightarrow{B}$ с макроскопическими токами.

Определим размерность H. Из (7.3) и (7.2) следует

$$[H] = [\overrightarrow{j}] = \left[\frac{A \cdot м^2}{м^3}\right] = \left[\frac{A}{м}\right]$$

3. Магнитомеханические явления.

Теория Ампера о циркуляции молекулярных токов стала понятна после того, как Резерфордом было установлено, что атомы вещества состоят из положительно заряженных ядер и вращающихся вокруг них электронов.

По теории Бора электроны движутся по круговым орбитам и через любую площадку, установленную на пути электрона за единицу времени переносится заряд $e \cdot \nu$ где ν– частота обращения электрона. По определению силы тока $i = e \cdot \nu$. Так как орбиты круговые, то магнитный момент этого тока

$$p_m = i \cdot S = i \cdot \pi \cdot R^2 \quad (7.8),$$

где R – радиус орбиты электронов.

Скорость электрона на орбите может быть определена формулой $\upsilon = 2\pi \cdot r \cdot \nu$. Тогда для магнитного момента получим

$$p_m = \frac{e \cdot \upsilon \cdot r}{2} \quad (7.8)'$$

Как было показано выше, направление магнитного момента связано с направлением тока правилом правого винта. За направление тока принято направление движения положительных зарядов, следовательно: $\overrightarrow{p_m}$ связан с направлением движения электронов правилом левого винта.

Движущийся по орбите электрон обладает моментом импульса

$$L = m \cdot \upsilon \cdot r \quad (7.9),$$

связанным с направлением движения электрона правилом правого винта. Таким образом

$\overrightarrow{p_m} \uparrow\downarrow \overrightarrow{L}$. Отношение магнитного момента к его механическому моменту называется гиромагнитным отношением:

$$\boxed{\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m} \quad (7.10)}$$

Знак «–» показывает, что $\overrightarrow{p_m} \uparrow\downarrow \overrightarrow{L}$.

В дальнейшем выяснилось, что кроме орбитальных моментов $(7.8)'$ и (7.9) электрон обладает собственным механическим L_S и магнитным p_{mS} моментами. Гиромагнитное соотношение в этом случае

$$\boxed{\frac{p_{mS}}{L_S} = -\frac{e}{m} \quad (7.11)}$$

Изначально наличие этих моментов пытались объяснить, представляя электрон как маленький шарик, вращающийся вокруг собственной оси. Поэтому собственный механический момент электрона был назван спином (от англ. to spin – вращаться), а связанный с ним магнитный момент спиновым магнитным моментом. Позже эта идея привела к ряду противоречий и от неё пришлось отказаться. В настоящее время считается, что собственный механический и спиновый магнитный момент являются неотъемлемыми, основными свойствами электрона, наряду с массой и зарядом. Спином обладают и другие элементарные частицы. Магнитный момент атома складывается из суммарного орбитального магнитного момента, суммарного спинового и магнитного момента ядра. В большинстве случаев $p_{mя} << \sum p_{me}$, поэтому им можно пренебречь.

Так как молекулы состоят из атомов, то их магнитный момент равен суммарному атомарному магнитному моменту.

4. Диамагнетики.

Электроны в атоме движутся по различным орбитам (точнее орбиталям). Если для упрощения считать орбиты круговыми, то каждый электрон атома можно рассматривать как круговой ток, порождающий орбитальный магнитный момент. Так же электрон обладает спином, создающим спиновый магнитный момент.

Если орбитальные и спиновые магнитные моменты скомпенсированы – вещество называется диамагнетиком.

Магнитная восприимчивость таких веществ $\mu < 1$ и они ослабляют внешнее магнитное поле. Под его действием компенсация орбитальных магнитных полей нарушается таким образом, что вектор магнитного поля атома оказывается направленным против внешнего поля. Поэтому диамагнетики выталкиваются из внешнего поля.

К диамагнетикам относятся Ag, Cu.

5. Парамагнетики.

Парамагнетики – вещества, у которых магнитные поля электронов скомпенсированы не полностью. Поэтому атом в целом оказывается подобным постоянному магниту. Обычно в веществе все эти маленькие магниты ориентированы хаотически. Поэтому суммарное поле равно нулю и вещество не проявляет магнитных свойств.

Во внешнем поле векторы индукции магнитных полей атомов стремятся развернуться по направлению поля, поэтому парамагнетики усиливают внешнее поле $\mu > 1$. Полной ориентации магнитных моментов по полю препятствует тепловое движение молекул, поэтому полная ориентация возможна лишь при низких температурах ($T \to 0$).

6. Ферромагнетики.

Вещества, у которых $\mu >> 1$, называют ферромагнетиками. К ним относятся: железо, никель, кобальт. Они способны сильно намагничиваться.

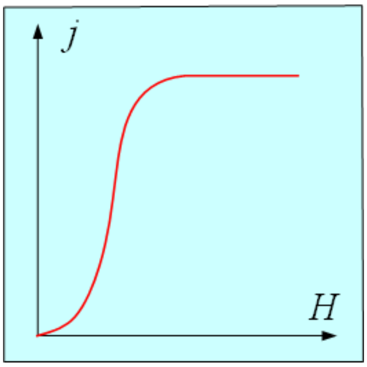


рис. 7.1.

В отличие от диа– и парамагнетиков, у ферромагнетиков вектор намагничивания $\vec{j}$ нелинейно зависит от напряжённости магнитного поля *H*. (Рис. 7.1). При возрастании *H* намагниченность *j* сначала резко растёт, затем рост замедляется, и наконец, наступает магнитное насыщение, уже не зависящее от *H*.

Вторая особенность ферромагнетиков в том, что магнитная проницаемость не только значительно больше 1 (для железа μ = 5000), но и зависит от напряжённости внешнего поля. Сначала μ растёт вместе с *H*, а достигнув максимума, начинает уменьшаться в случае сильных полей стремится к 1. (Рис. 7.2).

Характерной особенностью ферромагнетиков является зависимость *j* от *H*, определяемая предисторией образца. (Рис. 7.3). Это явление получило название магнитного гистерезиса. Если образец намагнитить до насыщения (кривая 0 – 1), а затем начать уменьшать напряжённость намагничивающего поля, то уменьшение *j* описывается кривой 1 – 2, лежащей выше кривой 0 – 1. При *H* = 0, *j* > 0 – наблюдается остаточная намагниченность вещества. С этим связано существование постоянных магнитов. Чтобы полностью размагнитить образец нужно приложить поле противоположное намагничивающему. (Точка 3). Если продолжать увеличивать это поле – ферромагнетик намагничивается до насыщения (3 – 4). Затем ферромагнетик можно снова размагнитить и намагнитить до насыщения (4 – 5 – 6 – 1).

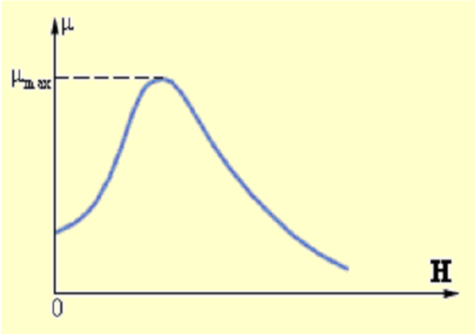


рис. 7.2.

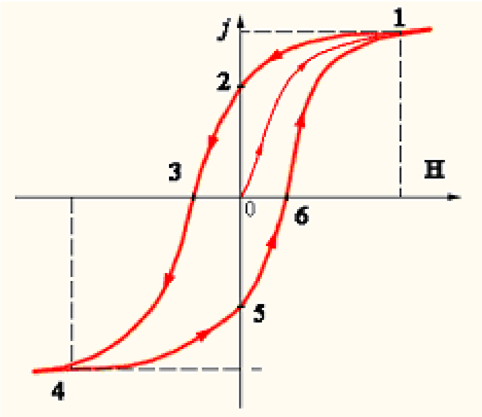


рис. 7.3.

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля, зависимость *j* от *H*, определяется замкнутой кривой, называемой петлёй гистерезиса (1 – 2 –3 –4 – 5 – 6 – 1).

Ферромагнетизм также объясняется магнитными свойствами электронов в атоме. В кристаллах ферромагнетиков существуют области, в которых нет взаимной компенсации спиновых полей электронов. Эти области имеют очень малые размеры (приблизительно 10^{-6}м), но атомы в них выстроены таким образом, что их магнитные моменты параллельны друг другу. Эти области называются доменами и включают в себя порядка 10^5 атомов. В отсутствие внешнего поля домены ориентированы хаотически, а в поле – выстраиваются по полю и сильно увеличивают его.

Если ферромагнетик нагревать – тепловое движение препятствует ориентации доменов. Достигая некоторой температуры, ферромагнетик теряет свои свойства и переходит в парамагнитное состояние. Эта температура называется точкой Кюри и является и является характеристикой ферромагнетика. Так для железа $t_К$= 770°C.

Вопросы для самоконтроля.

1. Написать формулу вектора намагничивания вещества.
2. Написать формулу напряжённости магнитного поля.
3. Написать формулу связи вектора намагничивания с напряжённостью магнитного поля.

4. Написать формулу связи между напряжённостью и индукцией магнитного поля.
5. Написать формулу гиромагнитного соотношения.
6. Из чего складывается магнитный момент атома?
7. Что такое диамагнетики?
8. Что такое парамагнетики?
9. Что такое ферромагнетики?
10. Что такое точка Кюри?

Лекция № 8.
Электромагнитная индукция.

1. **Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея.**
2. **Природа ЭДС индукции.**
3. **Взаимная индукция. Индуктивность.**
4. **Явление самоиндукции.**
5. **Вихревые токи.**
6. **Токи при замыкании и размыкании цепи.**
7. **Энергия магнитного поля.**

1. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея.

Магнитное поле порождается электрическим током. Существует и обратное явление – возникновение тока под действием магнитного поля.

Физическая величина, показывающая число проекций линий индукции магнитного поля на нормаль к контуру, пронизывающих этот контур, называют магнитным потоком.

$$\boxed{\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha \quad (8.1)}.$$

где S – площадь контура. α – угол между направлением $\vec{B}$ и нормалью к контуру. На основании (8.1) вводится единица измерения магнитного потока: ***если плоский контур площадью 1 м² пронизывает магнитное поле индукцией 1 Тл перпендикулярно плоскости контура, то магнитный поток через этот контур равен 1 Вб.***

В 1831 году М. Фарадей открыл, что при любом изменении магнитного потока, пронизывающего любой замкнутый контур, в нём возникает индукционный ток, причём: сила тока не зависит от способа изменения магнитного потока, а зависит от скорости его изменения. Это явление получило название явления электромагнитной индукции, а ток–индукционного тока.

Ленц установил правило определяющее направление индукционного тока: ***индукционный ток направлен таким образом, что своим магнитным потоком препятствует изменению магнитного потока, которым он был порождён.***

Таким образом, если магнитный поток Φ, пронизывающий контур убывает, то магнитный поток Φ' индукционного тока стремится его поддержать, если магнитный поток возрастает– магнитный поток Φ' препятствует его нарастанию.

Появление индукционного тока в контуре говорит о том, что в нём возникает ЭДС индукции. По закону Ома $I = \dfrac{\varepsilon}{R}$. Так как сопротивление проводника зависит только от его характеристик, а сила индукционного тока прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока то можно утверждать, что ***ЭДС индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока. Руководствуясь этими соображениями, и, анализируя работы Фарадея и Ленца, Максвелл пришёл к выводу: ЭДС индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока и её значение определяется формулой:*** $\boxed{\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} \quad (8.2)}$, получившему название закона Фарадея. Знак «–« является математическим отображением правила Ленца.

2. Природа ЭДС индукции.

Рассмотрим проводник ,движущийся в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ со скоростью $\vec{\upsilon}$ перпендикулярной вектору магнитной индукции (рис. 8.1).При этом все свободные электроны проводника движутся в том же направлении с той же скоростью $\vec{\upsilon}$,а это значит, что на них действует сила Лоренца ,смещающая их к правому концу проводника. При этом: в проводнике появляется электрическое поле, препятствующее дальнейшему смещению электронов, но сила Лоренца тем больше, чем больше скорость упорядоченного движения электронов (т. е. скорость движения проводника см. формулу 6.4). Значит разность потенциалов на концах проводника тем больше, чем больше скорость его движения. Эта разность потенциалов и есть ЭДС индукции. Найдём её значение.

Как известно, $A = \int F \cdot d\ell$. Учитывая значение силы Лоренца (6.4), получим: $A = e \cdot \upsilon \cdot B \cdot \ell$. По определению ЭДС $\varepsilon = \dfrac{A}{e}$ Таким образом: $\varepsilon = \upsilon \cdot B \cdot \ell$.(8.3) Умножим и разделим левую часть

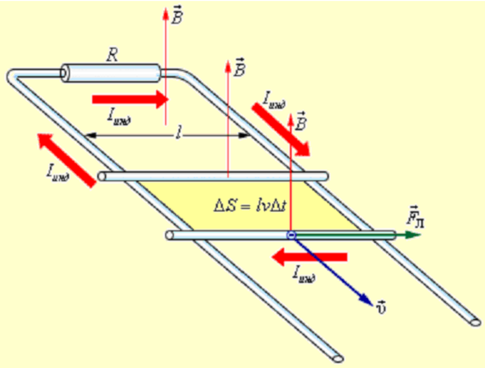


рис. 8.1

(8.3) на dt, тогда: $\varepsilon = \dfrac{B \cdot \ell \cdot \upsilon \cdot dt}{dt}$, но $\ell \cdot \upsilon \cdot dt = dS$ – площади, покрываемой проводником за время dt, тогда: $\varepsilon = \dfrac{B \cdot dS}{dt}$, но $B \cdot dS = d\Phi$ – изменению магнитного потока. Таким образом: $\varepsilon = \dfrac{d\Phi}{dt}$, что соответствует (8.2).

В описанном случае ЭДС возникает за счёт изменения площади контура, покрываемого проводником. При изменении магнитного поля, пронизывающего контур, возникает вихревое электрическое поле, приводящее к возникновению ЭДС индукции.

3. **Взаимная индукция. Индуктивность.**

Ток, текущий по контуру, создаёт пронизывающий его магнитный поток. При изменении тока изменяется магнитный поток и в контуре возникает ЭДС. Это явление получило название явления самоиндукции.

По закону Био–Савара–Лапласа магнитная индукция прямо пропорциональна силе тока, а следовательно магнитный поток прямо пропорционален силе тока. Пусть L – коэффициент пропорциональности между этими величинами, тогда: $\boxed{\Phi = L \cdot i \ \ (8.4).}$ Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура. Индуктивность зависит от размеров проводящего контура, его формы и магнитных свойств окружающей среды.

Единицей измерения индуктивности в СИ служит Генри (Гн). ***Если проводник с током в 1А создаёт магнитный поток в 1Вб, то его индуктивность равна 1 Гн.***

По закону Фарадея ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d(L \cdot i)}{dt}$. Так как индуктивность величина постоянная, то её можно вынести за знак дифференциала, тогда: $\boxed{\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt} \ \ (8.5).}$

Если по одному из контуров течёт переменный ток, то через, находящийся вблизи, другой контур он создаёт пропорциональный магнитный поток $\Phi_2 = L_2 \cdot i_1$, где L_2 – индуктивность второго контура. Значит, во втором контуре индуцируется ЭДС. $\varepsilon_2 = -L_2\dfrac{di_1}{dt}$ Верно и обратное утверждение: $\varepsilon_1 = -L_1\dfrac{di_2}{dt}$. Контуры при этом называются связанными, а возникновение в одном из контуров индукционного тока, получило название явления взаимной индукции.

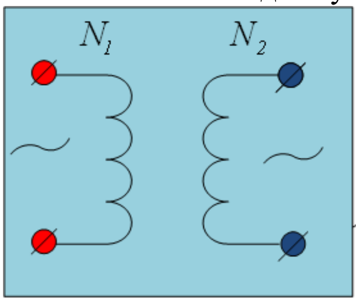


рис. 8.2

Явление взаимной индукции лежит в основе работы трансформатора (рис. 8.2). Магнитный поток, порождаемый током в первой катушке, пронизывает другую катушку, возбуждая в ней ε_2.

Опыт показывает, что ε_2 прямо пропорциональна числу витков во вторичной катушке, а

ε_1 – прямо пропорциональна числу витков во вторичной катушке, поэтому: $\boxed{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = k \ \ (8.6)}$,
где k – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом трансформации.

Если $k<0$ – трансформатор называется понижающим. Если $k>0$ – повышающим.

4. **Вихревые токи.**

В сплошных массивных проводниках могут возникать индукционные токи, порождаемые вихревыми электрическими полями. По закону Ома в дифференциальной форме плотность тока $j = \gamma \cdot E$. Силовые линии вихревых полей являются замкнутыми. Поэтому, и порождаемые ими токи, замыкаются внутри проводника и называются вихревыми или токами Фуко.

Как и любое явление в природе, токи Фуко могут играть как положительную, так и отрицательную роль. Например: они используются для плавки металлов в глубоком вакууме, что позволяет получать абсолютно химически чистые вещества.

С другой стороны: токи Фуко вызывают разогрев сердечников трансформаторов, что приводит к лишней потере энергии и снижает их КПД. По этому, сердечники трансформаторов набирают из отдельных изолированных друг от друга пластин с малой площадью поперечного сечения.

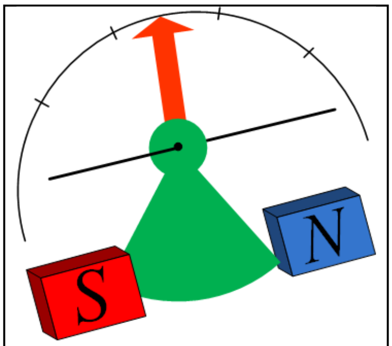


рис. 8.3.

Токи Фуко подчиняются правилу Ленца– своим магнитным потоком препятствуют изменению магнитного потока, которым они порождены. По этому, двигаясь в магнитном поле , проводники испытывают сильное торможение, что используется для успокоения подвижных частей электроизмерительных приборов. (рис. 8.3). На оси прибора укрепляется металлическая пластинка, находящаяся между полюсами постоянного магнита. При движении пластинки, в ней возникают вихревые токи, приводящие к торможению системы. Преимущество такого устройства в том, что торможение происходит лишь при движении пластины и отсутствует, если пластина неподвижна. Устройство называют электромагнитным успокоителем. Электромагнитный успокоитель препятствует неточному приходу системы в положение равновесия.

5. Токи при замыкании и размыкании цепи.

Любой проводник обладает некоторой индуктивностью. Поэтому, вследствие явления самоиндукции, при размыкании цепи ток в ней прекращается не сразу, а убывает постепенно.

Пусть по цепи индуктивностью L и сопротивлением R течёт ток $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$. При размыкании ток начинает убывать, что приводит к появлению ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{di}{dt}$, препятствующей уменьшению тока. По закону Ома $i \cdot R = -L\dfrac{di}{dt}$. Разделив переменные, и, интегрируя, можно получить: $\ln i = -\dfrac{R}{L} \cdot t$. Потенциируя последнее равенство, можно получить:

$$\boxed{i = I_0 \cdot exp(-\frac{R}{L} \cdot t)} \text{ или } \boxed{i = \frac{\varepsilon}{R} exp(-\frac{R}{L} \cdot t) \ \ (8.7)}.$$

При замыкании цепи– ток не сразу достигает максимального значения, а нарастает постепенно. Из закона Ома следует: $i \cdot R = \varepsilon - L\dfrac{di}{dt}$. Это равенство можно преобразовать к виду: $\boxed{\dfrac{di}{dt} + i \cdot \dfrac{R}{L} = \dfrac{\varepsilon}{L} \ \ (8.8)}$. Уравнение (8.8) есть неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка. Его решение имеет вид: $i = \left[C + C \cdot exp(-\frac{R}{L} \cdot t) \right]$ или $i = C \cdot \left[1 + exp\left(-\frac{R}{L}\right) \cdot t \right]$, где C– константа, размерность которой должна совпадать с размерностью правой части равенства. В нашем случае C есть максимальное значение силы тока $I_m = \frac{\varepsilon}{R}$. Таким образом: при замыкании цепи сила тока изменяется по закону:

$$\boxed{i = I_m \cdot \left[1 - exp\left(-\frac{R}{L}\right) \cdot t \right]} \text{ или } \boxed{i = \frac{\varepsilon}{R} \cdot \left[1 - exp\left(-\frac{R}{L}\right) \cdot t \right]} \quad (8.9).$$

6. Энергия магнитного поля.

Рассмотрим схему, изображённую на рисунке 8.4. Сначала замкнём катушку на источник тока. В цепи установится ток возбуждающий магнитное поле в катушке. При переключении ключа на резистор, по нему будет течь убывающий ток. Работа этого тока может быть определена формулой: $A = \int \varepsilon_S \cdot i \cdot dt$. По определению ЭДС самоиндукции $\varepsilon_S = -L\frac{di}{dt}$

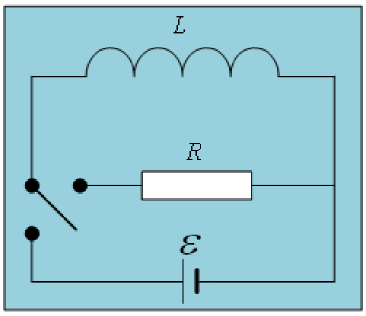


рис. 8.4.

Учитывая сказанное, для работы тока получим: $A = \int_{I_m}^{0} L \cdot i \cdot di$

Интегрируя, получим: $A = \frac{L \cdot I_m^2}{2}$. По закону сохранения энергии эта работа равна изменению энергии магнитного поля. Таким образом: максимальное значение энергии магнитного поля определяется формулой: $\boxed{W_m = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \quad (8.10)}$, а значение энергии в произвольный момент времени – формулой: $\boxed{W = \frac{L \cdot i^2}{2} \quad (8.11)}$

Индуктивность катушки определяется формулой: $\boxed{L = \mu_0 \cdot \mu \cdot n^2 \cdot V \quad (8.12)}$. Напряжённость магнитного поля внутри катушки– $\boxed{H = n \cdot i \quad (8.13)}$, где n–число витков, приходящихся на единицу длины катушки; V– объём катушки. Используя (8.12) и (8.13), для энергии магнитного поля можно получить: $\boxed{W = \frac{\mu_0 \cdot \mu \cdot H^2 \cdot V}{2} \quad (8.14)}$. Или, учитывая, что $\mu_0 \cdot \mu \cdot H = B$ получим: $\boxed{W = \frac{B \cdot H \quad \cdot V}{2} \quad (8.15)}$.

Физическая величина $\boxed{\omega = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \cdot \mu \cdot H^2}{2} = \frac{B \cdot H \quad \cdot}{2} \quad (8.16)}$ называется объёмной плотностью энергии магнитного поля.

Вопросы для самоконтроля.

1. Написать формулу магнитного потока.
2. Единицы измерения магнитного потока.
3. Явление электромагнитной индукции.
4. Сформулировать правило Ленца.
5. Сформулировать закон электромагнитной индукции Фарадея.
6. От чего зависит индуктивность проводника?
7. Единицы измерения индуктивности.
8. Написать формулу для определения ЭДС самоиндукции.

9. Что такое взаимная индукция?
10. Принцип действия трансформатора.
11. Написать формулу для определения коэффициента трансформации.
12. Что такое токи Фуко, где они используются?
13. Вывести формулы зависимости силы тока от времени при замыкании и размыкании цепи.
14. Вывести формулы для определения энергии магнитного поля.
15. Написать формулу объёмной плотности энергии магнитного поля.

Лекция № 9.
Полупроводники.

1. **Классификация веществ по их электрическим свойствам.**
2. **Собственная проводимость полупроводников.**
3. **Примесная проводимость полупроводников. Полупроводники n–типа.**
4. **Примесная проводимость полупроводников. Полупроводники p–типа.**
5. **p–n переход.**

1. Классификация веществ по их электрическим свойствам.

По электрофизическим свойствам все вещества могут быть разделены на три большие группы: 1) проводники (металлы), 2) полупроводники, 3) диэлектрики. Наиболее проста классификация этих веществ по их удельным сопротивлениям. У металлов эта величина лежит в пределах $10^{-8} < \rho < 10^{-6}$ Ом·м. У полупроводников $10^{-5} < \rho < 10^{8}$ Ом·м. Группа веществ, для которых $10^{8} < \rho < 10^{17}$ Ом·м относятся к диэлектрикам.

Характерной особенностью проводников и полупроводников является зависимость их удельных сопротивлений от температуры. В широком интервале температур для проводников эта зависимость имеет вид:

$$\boxed{\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \quad (9.1)},$$

где ρ_0 – удельное сопротивление проводника при 0°С; α – коэффициент пропорциональности, называемый температурным коэффициентом проводника.

Из (9.1) видно, что удельное сопротивление проводников прямо пропорционально температуре.

У полупроводников удельное сопротивление экспоненциально уменьшается с ростом температуры.

2. Собственная проводимость полупроводников.

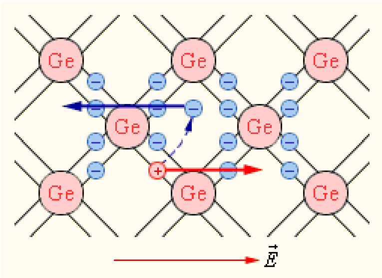
Типичными полупроводниками являются элементы IV группы таблицы Менделеева – германий и кремний. На последнем энергетическом уровне вокруг ядер атомов этих элементов обращается по 4 электрона, называемых валентными. Эти электроны являются как бы обобществлёнными электронами для двух ближайших атомов и ответственны за связи атомов в кристаллической решётке. Валентные электроны образуют парно–электронные или ковалентные связи. При нормальных условиях эти связи довольно прочны, но так как валентные электроны находятся на последнем энергетическом уровне – они являются наименее связанными с ядром. Если атом получает достаточное количество энергии – ковалентная связь разрушается. Так как соседние связи являются заполненными, то освободившийся электрон переходит в свободное состояние и начинает «блуждать» по кристаллу.

Покинутый электроном атом перестаёт быть нейтральным, в его окрестности возникает избыточный положительный заряд $+e$, называемый дыркой. На это место может перейти электрон одной из соседних пар. В результате дырка, так же как и электрон, начинает «блуждать» по кристаллу.

Если свободный электрон встретится с дыркой – они рекомбинируют (соединяются). Таким образом электрон нейтрализует избыточный положительный заряд в окрестности дырки и теряет свободу перемещения до тех пор пока снова не получит достаточное количество энергии.

Итак, в полупроводнике одновременно идут два процесса: попарное рождение свободных электронов и дырок и их рекомбинация. Вероятность первого процесса быстро растёт с повышением температуры. Вероятность второго процесса пропорциональна количеству свободных электронов и дырок. Таким образом, каждой температуре соответствует определённая концентрация электронов и дырок, которая, так же как и удельное сопротивление экспоненциально возрастает с ростом температуры.

В отсутствие внешнего электрического поля электроны проводимости и дырки движутся хаотически.



Р

Рис. 9.1.

При включении поля на хаотическое движение накладывается упорядоченное движение: дырок – по полю, электронов – против поля (рис.9.1). Оба движения приводят к переносу зарядов вдоль кристалла. Значит, по кристаллу течёт электрический ток, носителями которого в равной степени являются электроны и дырки.

Чистые полупроводники обладают электрической проводимостью, называемой собственной проводимостью полупроводников, обусловленной наличием свободных электронов и дырок.

3. Примесная проводимость полупроводников. Полупроводники n–типа.

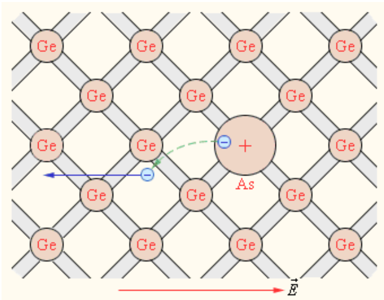


Рис. 9.2.

Если некоторые атомы чистого полупроводника в узлах кристаллической решётки заменить атомами, валентность которых превышает валентность полупроводника на 1, например в кристаллы германия внедрить атомы пятивалентного мышьяка, то говорят о примесной проводимости полупроводников. (Рис.9.2). Для образования ковалентных связей атомам мышьяка достаточно 4–х электронов. Пятый валентный электрон оказывается лишним и легко отщепляется от атома, превращаясь в свободный странствующий электрон. В отличие от рассмотренного ранее случая отрыв электрона не приводит к разрушению ковалентной связи, то есть к образованию дырки. Хотя в окрестности атома примеси возникает избыточный положительный заряд, он является связанным с атомом и не может перемещаться по решётке. Благодаря этому заряду, атом примеси может захватить приблизившийся к нему электрон, но их связь очень непрочна и легко разрушается за счёт тепловых колебаний узлов кристаллической решётки. Таким образом, в полупроводнике с 5–валентной примесью существует один вид носителей электрического тока – свободные электроны. Говорят, что такой полупроводник обладает электронной проводимостью и называется полупроводником n–типа (от слова негатив – отрицательный).

Примеси, поставляющие дополнительные электроны проводимости, называют донорными.

Кристаллы полупроводников, как и все макроскопические тела, состоят из огромного количества атомов. Так как примеси составляют лишь часть из них, то в полупроводниках n–типа возможен процесс образования дырок, но при этом появляется ещё большее количество свободных электронов. Поэтому в полупроводниках n–типа электроны являются основными носителями свободных зарядов, а дырки – не основными. Токи, осуществляемые дырками в полупроводниках n–типа в миллионы раз меньше токов, осуществляемых электронами.

4. Примесная проводимость полупроводников. Полупроводники p–типа.

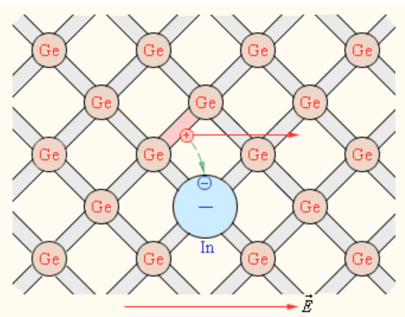


Рис. 9.3.

На рис. 9.3 схематически изображена кристаллическая решётка германия с примесью 3–валентных атомов индия. Трёх валентных электронов атома индия не достаточно для образования нормальной ковалентной связи. Одна из связей оказывается неукомплектованной и представляет собой место, способное захватить электрон. При переходе на это место электрона одной из соседних пар, образуется дырка, которая будет кочевать по кристаллу. Вблизи атома примеси возникнет избыточный отрицательный заряд, но он оказывается связанным с атомом и не способен перемещаться по кристаллу. Таким образом в полупроводниках с 3–валентными примесями основными носителями электрического тока являются дырки. Проводимость в этом случае называется дырочной, а полупроводники – полупроводниками p–типа (от слова позитив – положительный). Примеси, вызывающие появление избыточных дырок, называются акцепторными.

Так как примеси составляют лишь часть атомов кристалла – в полупроводниках p–типа возможен процесс образования свободных электронов, но при этом увеличивается и число дырок, поэтому дырки являются основными носителями зарядов, а электроны – неосновными. Токи, осуществляемые электронами в полупроводниках p–типа, в миллионы раз меньше токов, осуществляемых дырками.

5. p–n переход.

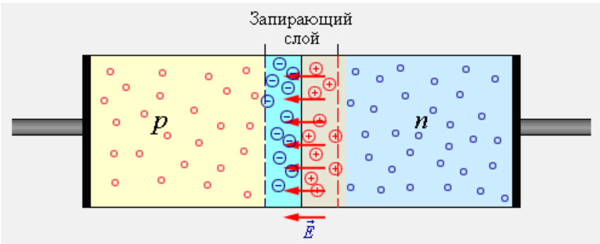


Рис. 9.4.

Контакт полупроводников p и n–типа называется p–n переходом (рис.9.4.). Сразу после возникновения контакта полупроводников p и n–типа начинается диффузия основных носителей заряда: дырок – из p – области в n – область, а электронов из n–области в p–область. Так как основные носители зарядов уходят, то в p–области остаются отрицательно заряженные акцепторные атомы, а в n–области – положительно заряженные донорные атомы. Так как эти атомы неподвижны, то в области контакта возникает электрическое поле, препятствующее дальнейшей диффузии. Эта область называется запирающим слоем, имеющим большое сопротивление для основных носителей зарядов. Для неосновных это сопротивление невелико, и через контакт идёт их диффузия. В условиях теплового равновесия, при отсутствии внешнего поля, ток через p– n переход равен 0.

Внешнее поле существенным образом влияет на сопротивление запирающего слоя. Если p–область подключена к положительному полюсу источника тока, а n –область к отрицательному, то дырки и электроны будут двигаться к границе раздела, где будет происходить их рекомбинация. При этом толщина запирающего слоя уменьшается и граница p– n перехода не будет оказывать сопротивления току, вызванному внешним напряжением. Это напряжение необходимо только для того, чтобы поддерживать встречное движение электронов и дырок. Такое подключение p– n перехода называют прямым.

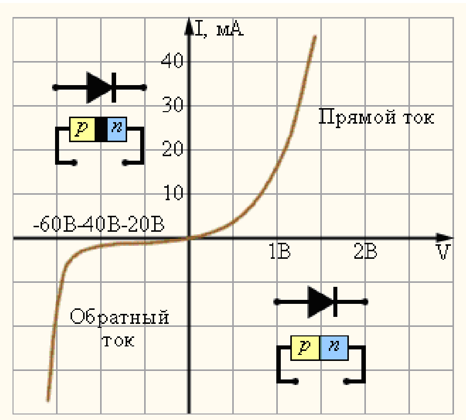


Рис. 9.5.

В правой верхней четверти рис. 9.5 изображена зависимость прямого тока от напряжения. Из рисунка видно, что уже при небольших значениях напряжения сила прямого тока гораздо больше 1.

В левой нижней четверти рис. 9.5 изображена зависимость обратного тока от напряжения. Так как концентрация неосновных носителей тока очень мала то при обратном подключении p–n перехода ток имеет ничтожную величину. Обратный ток в миллионы раз меньше тока прямого, поэтому на рисунке использованы различные шкалы для прямого и обратного тока.

p–n переход – основа для различного рода полупроводниковых приборов – диодов, транзисторов и т.п. Рис. 9.5. называется вольт-амперной характеристикой p–n перехода. При повышении температуры происходит рост неосновных носителей зарядов. Поэтому полупроводниковые приборы нельзя использовать при высоких температурах, а так же при высоких обратных напряжениях, так как при этом происходит пробой p–n перехода. p–n переход – основа современных выпрямителей тока.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что такое проводники?
2. Что такое полупроводники?
3. Что такое диэлектрики?
4. Как зависит сопротивление проводников и полупроводников от температуры?
5. Собственная проводимость полупроводников.
6. Какие примеси называют донорными?
7. Какие примеси называют акцепторными?
8. Что такое полупроводники n–типа?
9. Что такое полупроводники p–типа?
10. Процесс образования p–n перехода.
11. Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода.
12. Границы применимости полупроводниковых приборов.

Лекция № 10.
Электромагнитные колебания.

1. **Гармонический осциллятор.**
2. **Свободные затухающие колебания.**
3. **Переменный ток.**
4. **Активное сопротивление в цепи переменного тока.**
5. **Конденсатор в цепи переменного тока.**
6. **Катушка индуктивности в цепи переменного тока.**

1.Гармонический осциллятор.

В механике мы рассматривали различные маятники. Любой маятник при максимальном смещении от положения равновесия имеет максимальную потенциальную энергию, а кинетическая энергия в этот момент времени равна нулю. При прохождении положения равновесия, потенциальная энергия становится равной нулю, а кинетическая достигает максимального значения. Таким образом: при колебательном процессе происходят периодические превращения одного вида энергии в другой.

Аналогичным образом ведёт себя устройство, изображённое на рисунке 10.1 и называемое колебательным контуром. Это последовательно соединённые катушка индуктивности L, активное сопротивление R и конденсатор C. Если при разомкнутой цепи зарядить конденсатор, то он будет обладать энергией $W_Э = \dfrac{q^2}{2 \cdot C}$. При замыкании конденсатора на катушку по цепи пойдёт ток. Вследствие явления самоиндукции, ток нарастает постепенно. Конденсатор при этом постепенно разряжается. Когда конденсатор полностью разрядится– сила тока в катушке станет максимальной, а энергия магнитного поля в ней будет: $W_M = \dfrac{L \cdot I^2}{2}$. Затем ток в цепи начнёт уменьшаться, но ЭДС самоиндукции будет его поддерживать, что приведёт к перезарядке конденсатора.

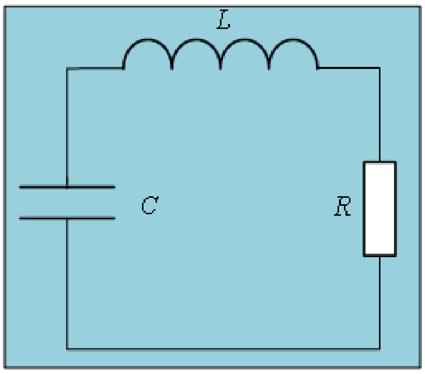


Рис. 10.1.

Если активное сопротивление контура R=0, то контур называется идеальным. В идеальном колебательном контуре процесс периодического превращения энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот может происходить бесконечно долго. Такой процесс называется незатухающими электромагнитными колебаниями.

Из сравнения механических и электромагнитных колебаний следует, что энергия электрического поля $W_Э = \dfrac{q^2}{2 \cdot C}$ аналогична потенциальной энергии $W_П = \dfrac{k \cdot x^2}{2}$, а энергия магнитного поля $W_M = \dfrac{L \cdot i^2}{2}$ аналогична кинетической энергии $W_K = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{2}$. Продолжая аналогию, приходим к выводу, что индуктивность в электродинамике играет ту же роль, что и масса в механике; заряд q аналогичен смещению x; величина обратная ёмкости $\dfrac{1}{C}$ аналогична коэффициенту упругости k и. наконец. сила тока $i = \dfrac{dq}{dt}$ аналогична скорости $\upsilon = \dfrac{dx}{dt}$.

Запишем для идеального колебательного контура закон Ома для неоднородного участка цепи: $\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon = i \cdot R$. Учитывая, что в идеальном колебательном контуре $R = 0$,получим: $\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon = 0$. Как известно: $\varphi_1 - \varphi_2 = -U$; $\varepsilon = -L\dfrac{di}{dt}$. Из определения ёмкости следует, что

$U = \frac{q}{C}$ Учитывая сказанное, закону Ома можно придать вид: $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$. Разделив последнее равенство на L, получим: $\frac{q}{L \cdot C} + \frac{di}{dt} = 0$ (10.1). Пусть $\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \quad (10.2)}$. $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = q''$, тогда (10.1) примет вид: $\boxed{q'' + \omega_0^2 \cdot q = 0 \; (10.3)}$. Уравнение (10.3) есть уравнение гармонического осциллятора, решение которого ищется в виде: $\boxed{q = q_M \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (10.4)}$ или $\boxed{q = q_M \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \;\; (10.4)}$.Итак: заряд в идеальном колебательном контуре изменяется по гармоническому закону. Частота колебаний ω_0 называется собственной частотой колебательного контура. По определению $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Отсюда: $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Учитывая (10.2), для периода колебаний получим: $\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \;\; (10.5)}$– формула Томсона.

2. Свободные затухающие колебания.

Любой реальный колебательный контур имеет активное сопротивление. Это приводит к тому, что часть энергии, запасённой в контуре, теряется на нагрев проводников. Таким образом: свободные колебания в любом реальном контуре являются затухающими.

Запишем для такого контура закон Ома для неоднородного участка цепи: $\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon = i \cdot R$. Учитывая, что $\varphi_1 - \varphi_2 = -U$; $\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$; $U = \frac{q}{C}$, а также, что $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = q''$ и, что $i = \frac{dq}{dt} = q'$ можно получить: $q'' + \frac{R}{L} \cdot q' + q \cdot \frac{1}{L \cdot C} = 0$. По (10.2) $\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$, тогда: $\boxed{q'' + \frac{R}{L} \cdot q' + \omega_0^2 \cdot q = 0 \;\; (10.6)}$. Итак: нами получено неоднородное дифференциальное уравнение, описывающее свободные затухающие колебания. Из математики известно, что такие колебания описывает уравнение вида: $\boxed{q'' + 2\beta \cdot q' + \omega_0^2 \cdot q = 0 \;\; (10.6)}$, где β – коэффициент затухания. Из сравнения уравнений (10.6) следует: $\boxed{\beta = \frac{R}{2 \cdot L} \quad (10.7).}$

Если выполняется условие $\beta^2 << \omega_0^2$, то решение (10.6) имеет вид: $\boxed{q = q_0 \cdot \exp(-\beta \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \; (10.8)}$, где $\boxed{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \;\; (10.9)}$– частота затухающих колебаний.

Из (10.8) следует, что с течением времени амплитуда затухающих колебаний убывает по закону: $\boxed{A = q_0 \cdot \exp(-\beta \cdot t) \;\; (10.10).}$

Затухающие колебания принято характеризовать ***логарифмическим декрементом затухания– натуральным логарифмом отношения двух амплитуд, отстоящих друг от друга на время равное одному периоду колебаний:*** $\lambda = \ln \frac{q_0 \cdot \exp(-\beta \cdot t)}{q_0 \cdot \exp(-\beta(t+T))}$ (10.11). После преобразований можно получить: $\lambda = \beta \cdot T$ (10.11).

3. Переменный ток.

Чтобы колебания в контуре не затухали, на него нужно оказывать периодическое внешнее воздействие. Это можно осуществить, включив последовательно с элементами контура переменный источник тока, ЭДС которого изменяется по гармоническому закону. Такой источник будет создавать в контуре переменное напряжение $u = U_m \cdot \cos\omega \cdot t$. Тогда установившиеся вынужденные электромагнитные колебания в контуре можно рассматривать как прохождение по нему переменного тока.

Колебания силы тока и напряжения могут быть сдвинуты по фазе. По этому для силы тока запишем: $i = I_m \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi)$. По определению мощность тока $p = i \cdot u$. Тогда для переменного тока получим: $p = I_m \cdot U_m \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot cos\,\omega \cdot t$. Используя тригонометрические преобразования, можно получить: $p = \frac{I_m \cdot U_m}{2} \cdot (cos\,2 \cdot (\omega \cdot t + \varphi) + cos\,\varphi)$. Практический интерес имеет среднее за период значение мощности. Среднее за период значение $\cdot(cos\,2 \cdot (\omega \cdot t + \varphi)) = 0$.
Тогда: $\langle p \rangle = \frac{I_m \cdot U_m}{2} \cdot cos\,\varphi$. Или $\boxed{\langle p \rangle = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot cos\,\varphi \quad (10.12)}$

Величины $\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (10.13)}$ и $\boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (10.14)}$ получили названия действующих значений силы тока и напряжения.

Используя понятия действующих значений силы тока и напряжения, уравнению (10.12) можно придать вид: $\boxed{\langle p \rangle = I \cdot U \cdot cos\,\varphi \quad (10.15)}$. Величина $cos\,\varphi$ при этом называется коэффициентом мощности переменного тока.

4. Активное сопротивление в цепи переменного тока.

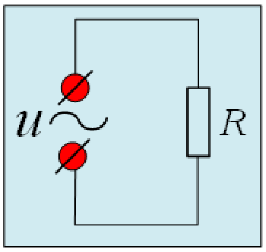


Рис. 10.2.

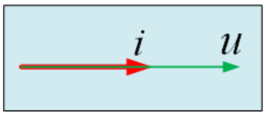


Рис. 10.3.

Пусть проводник, не имеющий индуктивности L и ёмкости C ,а обладающий только активным сопротивлением R, подключён к источнику переменного тока, напряжение которого изменяется по закону: $u = U_m \cdot cos\,\omega \cdot t$. (рис. 10.2). Тогда, по закону Ома для участка цепи сила тока, текущего через резистор будет: $i = \frac{U_m}{R} \cdot cos\,\omega \cdot t$. Как видно в активном сопротивлении сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю.

Если напряжение и силу тока представить в виде векторов то их векторная диаграмма будет иметь вид, изображённый на рисунке 10.3

5. Конденсатор в цепи переменного тока.

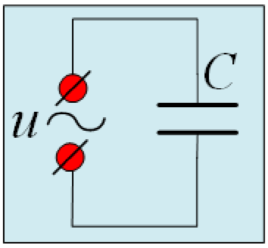


Рис. 10.4.

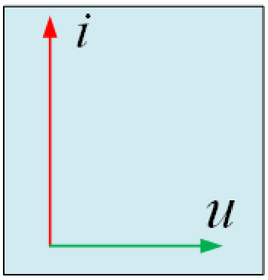


Рис. 10.5.

Пусть конденсатор ёмкостью C, не имеющий активного сопротивления R и индуктивности L, подключён к источнику переменного тока. Тогда: напряжение на конденсаторе будет изменяться по закону: $\boxed{u = U_m \cdot cos\,\omega \cdot t\ .(10.16)}$ (рис. 10.4).

Из определения ёмкости (см. 2.10) следует: $q = C \cdot U_m \cdot cos\,\omega \cdot t$. По определению силы тока: $i = \frac{dq}{dt} = -C \cdot U_m \cdot \omega \cdot sin\,\omega \cdot t$. Используя тригонометрические преобразования, можно получить: $i = C \cdot U_m \cdot \omega \cdot cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ (10.17). Из (10.17) следует, что амплитудное значение силы тока определяется формулой: $I_m = C \cdot U_m \cdot \omega$ (10.18). Учитывая (10.18), (10.17) примет вид: $\boxed{i = I_m \cdot cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (10.19)}$.Сравнение (10.16) и (10.19) приводит к выводу: *переменный ток, текущий через конденсатор, опережает по фазе напряжение на его обкладках на* $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (рис. 10.5).

Из закона Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$ и формулы (10.18) следует, что величина

$X_C = \dfrac{1}{\omega \cdot C}$ (10.20) имеет размерность сопротивления. Эта величина называется ёмкостным сопротивлением.

6. Катушка индуктивности в цепи переменного тока.

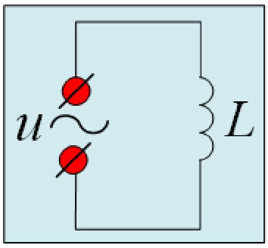


Рис. 10.6.

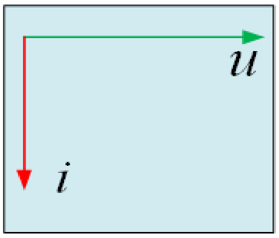


Рис. 10.7.

Пусть к источнику переменного тока подключена катушка индуктивности с пренебрежимо малым активным сопротивлением $R \approx 0$ (рис. 10.6). Для того, чтобы по такой цепи протекал ток нужно, чтобы внешнее напряжение компенсировало ЭДС самоиндукции, возникающую в катушке, то есть: должно выполняться соотношение: $u = -\varepsilon_S$. Учитывая (8.5), получим: $u = L\dfrac{di}{dt}$. Отсюда: $di = \dfrac{u}{L} \cdot dt$. Так как напряжение на катушке меняется по закону $u = U_m \cdot \cos\omega \cdot t$, то: $di = \dfrac{U_m}{L} \cdot \cos\omega \cdot t \cdot dt$. Проинтегрировав последнее равенство, получим: $i = \dfrac{U_m}{\omega \cdot L} \cdot \sin\omega \cdot t$ (10.21). Из (10.21) следует, что амплитудное значение силы тока определяется формулой: $I_m = \dfrac{U_m}{\omega \cdot L}$ (10.22). Учитывая (10.22), (10.21) примет вид: $i = I_m \cdot \sin\omega \cdot t$ или: $i = I_m \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ (10.23). Сравнение зависимостей силы тока и напряжения от времени приводит к выводу: *переменный ток, текущий через катушку индуктивности, отстаёт по фазе от напряжения на* $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.(рис. 10.7).

Из закона Ома для участка цепи и формулы (10.22) следует, что величина $X_L = \omega \cdot L$ (10.24) имеет размерность сопротивления. Эта величина называется индуктивным сопротивлением.

Вопросы для самоконтроля.

1. Изобразить схему колебательного контура.
2. Что такое идеальный колебательный контур?
3. Какие процессы происходят в колебательном контуре?
4. Написать формулу циклической частоты колебательного контура.
5. Вывести формулу гармонического осциллятора для идеального колебательного контура.
6. Доказать, что уравнения (10.4) являются решениями уравнения (10.3).
7. Вывести формулу Томсона.
8. Вывести дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.
9. Написать его решение.
10. Написать формулу коэффициента затуханий.
11. Написать формулу зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени.
12. Что такое логарифмический декремент затуханий?
13. Написать формулы действующих значений силы тока и напряжения.
14. Активное сопротивление в цепи переменного тока.
15. Конденсатор в цепи переменного тока.
16. Формула ёмкостного сопротивления.
17. Катушка индуктивности в цепи переменного тока.
18. Формула индуктивного сопротивления.

Лекция № 11.
Электрический ток в электролитах.

1. **Диссоциация молекул.**
2. **Электролиз.**
3. **Законы Фарадея.**
4. **Электролитическая проводимость.**
5. **Применение электролиза.**

1. Диссоциация молекул.

Прохождение тока по проводникам или полупроводникам не сопровождается какими либо химическими превращениями. Такие вещества называют проводниками первого рода.

Вещества, в которых прохождение электрического тока сопровождается химическими превращениями, называют проводниками второго рода или электролитами. К электролитам относят водные растворы солей, кислот, щелочей, их растворы в некоторых других жидкостях, а так же расплавы солей, которые в твёрдом состоянии являются ионными кристаллами.

Носителями тока в растворах и расплавах электролитов являются ионы, на которые диссоциируют (расщепляются) молекулы вещества. Рассмотрим этот процесс на примере диссоциации поваренной соли $NaCl$ в воде.

При объединении ионов натрия и хлора в молекулу происходит перераспределение электронов. Валентный электрон натрия оказывается как бы включённым в электронную оболочку хлора, для полной застройки которой не хватает одного электрона. В результате атом натрия становится положительным ионом, а хлора– отрицательным. В молекуле они удерживаются силами Кулоновского взаимодействия, а молекула является полярной. Любая другая полярная молекула состоит из двух или более ионов.

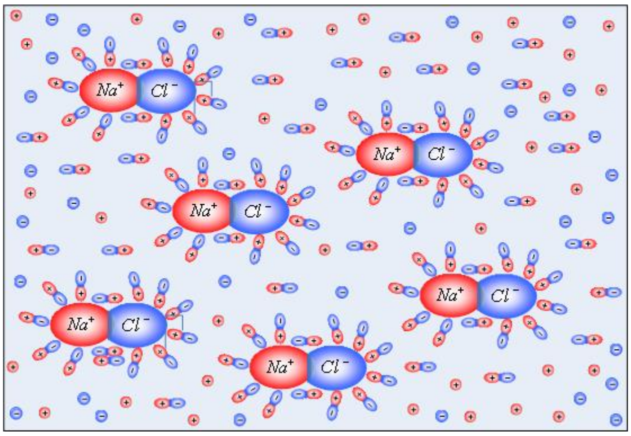


Рис 11.1.

Если такое вещество попадает в растворитель, молекулы которого так же являются полярными, то вблизи молекул растворяемого вещества молекулы растворителя испытывают ориентирующее действие (рис. 11.1). При таком расположении молекул растворителя, создаваемое ими поле ослабляет связь между ионами электролита. В результате, вследствие теплового движения, эта связь может разорваться, а молекула оказывается разделённой на положительные и отрицательные ионы. Как было показано выше, (см. лекцию №2), напряжённость электрического диполя прямо пропорциональна его электрическому моменту. Поэтому связь между ионами электролита ослабляется тем больше, чем больше дипольный момент молекул растворителя, то есть чем больше его диэлектрическая проницаемость. Как известно, из всех жидкостей наибольшую диэлектрическую проницаемость имеет вода ($\varepsilon = 81$), поэтому вода– лучший растворитель.

Образовавшиеся вследствие диссоциации ионы начинают свободно странствовать по раствору. Если ионы разных знаков сблизятся на достаточное расстояние, то они могут рекомбинировать– объединиться в нейтральную молекулу. Этот процесс– обратный диссоциации называют молизацией ионов. таким образом в растворе всегда идут два противоположных процесса– диссоциации молекул и молизации ионов.

Если число диссоциирующих в единицу времени молекул становится равным числу рекомбинирующих за то же время молекул– наступает равновесное состояние. Этому состоянию соответствует определённая степень диссоциации, которую принято характеризовать коэффициентом диссоциации α, показывающим какая часть молекул находится в диссоциированном состоянии. $\boxed{\alpha = \frac{n}{n_0} \quad (11.1)}$, где n_0–концентрация молекул вещества в единице объёма раствора; n – число молекул, находящихся в растворе в виде ионов.

Из (11.1) следует: $n = \alpha \cdot n_0$. Тогда число недиссоциированных молекул в единице объёма раствора будет: $\boxed{n' = n_0 - n = (1-\alpha)\cdot n_0 \quad (11.2)}$.

2.Электролиз.

Если в раствор или расплав электролита ввести твёрдые проводящие пластинки– электроды и подать на них напряжение, то в электролите возникнет электрическое поле, которое приведёт ионы электролита в упорядоченное движение, то есть в электролите возникнет электрический ток. При этом положительные ионы будут двигаться к отрицательному электроду (катоду) поэтому их называют катионами. Отрицательные– к положительному электроду (аноду) поэтому их называют анионами.

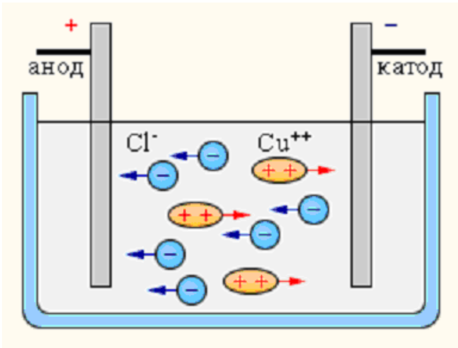


Рис 11.1.

Достигнув соответствующего электрода, ионы отдают избыточные или приобретают недостающие электроны и превращаются в нейтральные атомы.

В зависимости от природы электродов и электролита нейтрализовавшиеся атомы или выделяются на электродах, или вступают с ними в реакцию, или вступают в реакцию с растворителем. Химические реакции нейтрализовавшихся атомов называют вторичными. Продукты вторичных реакций либо оседают на электродах, либо переходят в раствор, но в любом случае прохождение электрического тока по раствору или расплаву электролита приводит к изменению его химического состава. Это явление получило название электролиза. Так на рисунке (11.2) изображён электролиз хлорида меди.

3. Законы Фарадея.

Законы электролиза были экспериментально установлены в 1836 году Майклом Фарадеем. Первый закон Фарадея гласит:

количество выделившегося на электроде вещества прямо пропорционально заряду, прошедшему электролит. $\boxed{m = K\cdot q = K\cdot\int_0^t i\cdot dt \quad (11.3)}$, где m–масса выделившегося вещества; К– коэффициент пропорциональности, называемый электрохимическим эквивалентом, зависящий от рода вещества и численно равный массе выделившегося на электроде вещества при прохождении через электролит единичного заряда.

Второй закон Фарадея связывает электрохимический эквивалент вещества с его химическим эквивалентом $\frac{A}{Z}$, где A– атомный вес вещества, выраженный в атомных единицах массы (а. е. м.); Z– валентность данного вещества. Второй закон Фарадея гласит:

электрохимические эквиваленты всех веществ прямо пропорциональны их химическим эквивалентам.

Коэффициент пропорциональности пишут в виде: $\frac{1}{F}$, где F – так называемое число Фарадея.

Второй закон Фарадея имеет вид: $\boxed{K = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z} \quad (11.4)}$. Подставляя значение K в (11.3), получим объединённый закон Фарадея: $\boxed{m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot q = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} \cdot \int_0^t i \cdot dt \quad (11.5).}$

Опытным путём установлено, что $F = 96{,}497 \cdot 10^6 \frac{Кл}{кг\text{ - }эквивалент}$ и показывает какой заряд нужно пропустить через электролит, чтобы на электроде выделился килограмм-эквивалент вещества.

4. Электролитическая проводимость.

Под действием электрического поля на хаотическое движение ионов электролитов накладывается упорядоченное движение; катионов– вдоль поля, анионов–против поля. Размеры ионов значительно больше размеров электронов, осуществляющих токи в проводниках. Поэтому движение иона в растворе подобно движению шарика в вязкой среде, то есть ион испытывает сопротивление пропорциональное скорости его движения. В сою очередь, скорость иона пропорциональна напряжённости поля в растворе. Значит, каждому значению напряжённости соответствует своё значение скорости установившегося движения ионов, определяемое условием: $q \cdot E = k \cdot u$ (11.6), где q– заряд иона; k– коэффициент пропорциональности, u– скорость установившегося (равномерного) движения ионов. Из (11.6) следует: $\frac{q}{k} = \frac{u}{E}$. Физическая величии

на $\boxed{u_0 = \frac{u}{E} = \frac{q}{k} \quad (11.7)}$ называется подвижностью иона и показывает скорость иона при напряжённости поля равной $1\,\frac{В}{м}$.

Ионы различных знаков могут иметь различный по модулю заряд, кроме того, коэффициент k для них тоже может быть различным. Поэтому ионы различных знаков имеют различную подвижность, значение которой зависит от природы иона и свойств растворителя. Так же подвижность зависит от температуры. С ростом температуры вязкость растворителя уменьшается, а подвижность повышается.

Подвижность ионов в электролитах очень мала. Так для водных растворов при нормальных температурах она составляет порядка 10^{-7}–$10^{-8}\ \frac{м/с}{В/м}$ Подвижность электронов при этих условиях порядка $10^{-4}\ \frac{м/с}{В/м}$. (см.3.3) $j = q \cdot n \cdot \upsilon$, тогда для плотности тока в электролитах получим:

$$\boxed{j = e \cdot E \cdot \left(n_+ \cdot u_{0+} + n_- \cdot u_{0-}\right) \quad (11.9).}$$

5. Применение электролиза.

Электролиз находит самые различные технические применения. Перечислим некоторые из них.

Гальванопластика.

Применяется для изготовления металлических слепков с рельефных моделей. Модель из воска или другого пластичного материала покрывают для создания проводящего слоя порошком графита и включают в качестве катода при электролизе. Электролит–соль металла, из которого хотят получить слепок. Металл отлагается на катоде, точно отражая рельеф модели.

Гальваностегия.

Покрытие поверхности одного металла тонким слоем другого. Гальваностегия применяется создания антикоррозийных покрытий (хромирование, никелирование) или в декоративных целях (серебрение, золочение).

Электрометаллургия.

Путём электролиза расплавленных руд получают алюминий, натрий, магний и некоторые другие металлы. В качестве электродов применяют угольные пластины. Руда поддерживается в расплавленном состоянии за счёт тепла, выделяемого при прохождении по ней тока.

Рафинирование.

Это процесс очистки от примесей. Пластина из очищаемого металла включается в качестве анода при электролизе. Электролит–раствор соли очищаемого металла. При надлежащем выборе напряжения на катоде выделяется чистый металл, а примеси выпадают в осадок. Таким образом получают, например, особо чистую медь, называемую электролитической.

Электролитическая полировка.

Количество вещества, оседающего на электроде, или, переходящего с него в раствор, пропорционально плотности тока. Как известно, у выступов напряжённость электростатического поля больше, чем у впадин, а следовательно, и плотность тока у выступов больше.

Если изделие с шероховатой поверхностью сделать анодом, то с выступов в раствор будет переходить больше металла, чем из впадин и поверхность будет сглаживаться. В этом и заключается электрополировка металлов.

Электролитические конденсаторы.

Если в раствор борной кислоты и борной щёлочи поместить алюминиевые пластины и подать на них напряжение, то анод быстро покрывается очень тонким непроводящим слоем окислов алюминия и ток прекращается. Таким образом, анод и электролит представляют собой обкладки конденсатора разделённые тончайшим слоем диэлектрика. Как известно, $C = \dfrac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}$ поэтому ёмкость таких конденсаторов велика.

В «сухих» электролитических конденсаторах электролит изготавливают в виде густой пасты, которой пропитывают бумагу, помещаемую между обкладками. Ёмкость таких конденсаторов достигает сотен микрофарад.

Билет № 1.

1. Электрический заряд. Закон Кулона.
2. Закон Ома для участка цепи. Закон Ома в дифференциальной форме.

Билет № 2.

1. Электрическое поле. Напряжённость электрического поля.
2. Источники тока. Сторонние силы. Э. Д. С.

Билет № 3.

1. Поток вектора напряжённости электрического поля. Теорема Остроградского–Гаусса.
2. Работа и мощность тока.

Билет № 4.

1. Работа электрического поля по перемещению заряда. Потенциал. Разность потенциалов.
2. Закон Джоуля–Ленца. Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Билет № 5.

1. Напряжённость электрического поля как градиент потенциала.
2. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

Билет № 6.

1. Электрический диполь.
2. Мощность тока во внешней цепи. К.П.Д. источника тока.

Билет № 7.

1. Виды диэлектриков. Поляризация диэлектриков.
2. Последовательное соединение проводников.

Билет №8.

1. Равновесие зарядов на проводниках.
2. Параллельное соединение проводников.

Билет № 9.

1. Электроёмкость. Конденсаторы.
2. Первое правило Кирхгофа.

Билет № 10.

1. Энергия взаимодействия точечных зарядов. Энергия электростатического поля.
2. Второе правило Кирхгофа.